

Bandstrukturen III: Berechnungen mit FP-LAPW-Methoden

(FP-LAPW-Methode (z.B. Wien2K))

AFP, Oktober 2006, CR

I. Einleitung: Elektronische Strukturen von Festkörpern

- I. Einleitung: Elektronische Strukturen von Festkörpern
 - ◊ Problemstellung
 - ◊ Lösungen und deren Darstellung
 - für den eindimensionalen, potentialfreien Fall (PW)
 - 1-dim. Fall mit periodischem Potential (Bloch-Ansatz)
 - 2-dim. Fall
 - ◊ Chemische Bindungen und Bandstruktur/Zustandsdichten
- II. Rechenverfahren
- III. Beispiele

Problem

- Lösung des Energieeigenwertproblems für ein System mit N Elektronen und M Kernen
- Born-Oppenheimer-Näherung erlaubt die Aufspaltung des Hamilton Operators nach

$$\hat{H} = \hat{T}_e + \hat{V}_{ee} + \hat{V}_{en}$$

- mit die Operatoren
 - ◊ der kinetischen Energie aller Elektronen

$$\hat{T}_e = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_e}$$

- ◊ der Coulomb-Wechselwirkung aller Elektronen untereinander

$$\hat{V}_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^N \frac{e^2}{| \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j |}$$

- ◊ der Coulomb-Wechselwirkung aller Elektronen mit allen Kernen

$$\hat{V}_{en} = \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^M \frac{Z_n e^2}{| \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_n |}$$

- brutalste Näherung: keine e-e-WW, keine Kerne, 1-dimensionaler Fall
- ↫ Teilchen im Kasten

Einteilchen, eindimensional, potentialfrei

- Eigenwertproblem reduziert sich auf:

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} - E \right) \psi(x) = 0$$

- Lösungen: E-Eigenwerte (Quantenzahl n, Kastenlänge L)

$$E = \frac{\hbar^2 n^2}{8mL^2}$$

- mit der neuen Quantenzahl k (Unabhängigkeit von L!)

$$k = \pm \frac{2\pi}{L} n$$

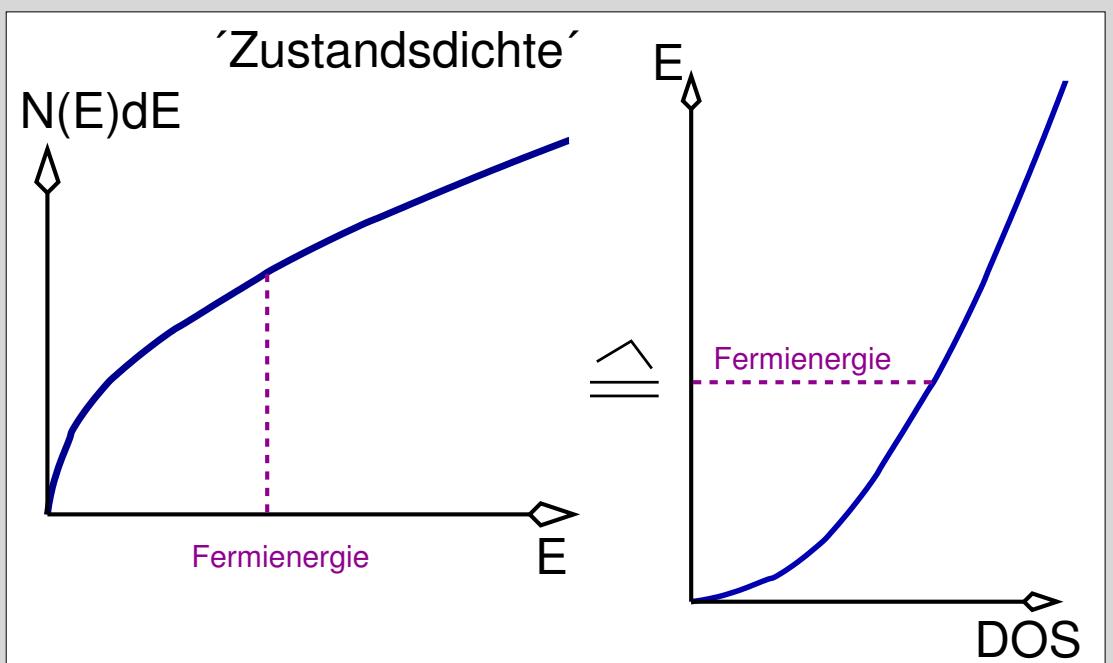
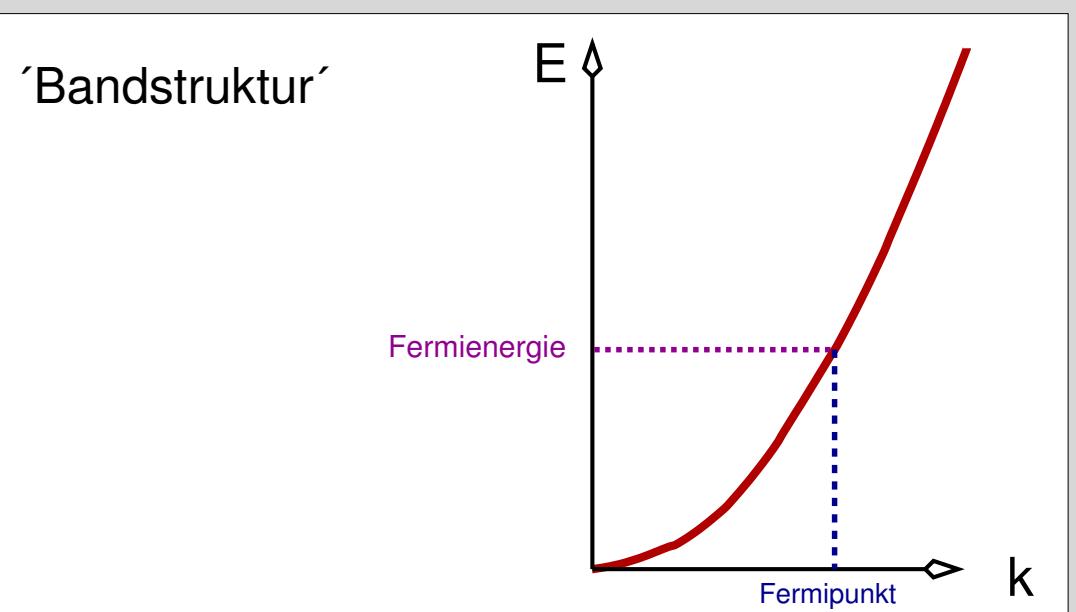
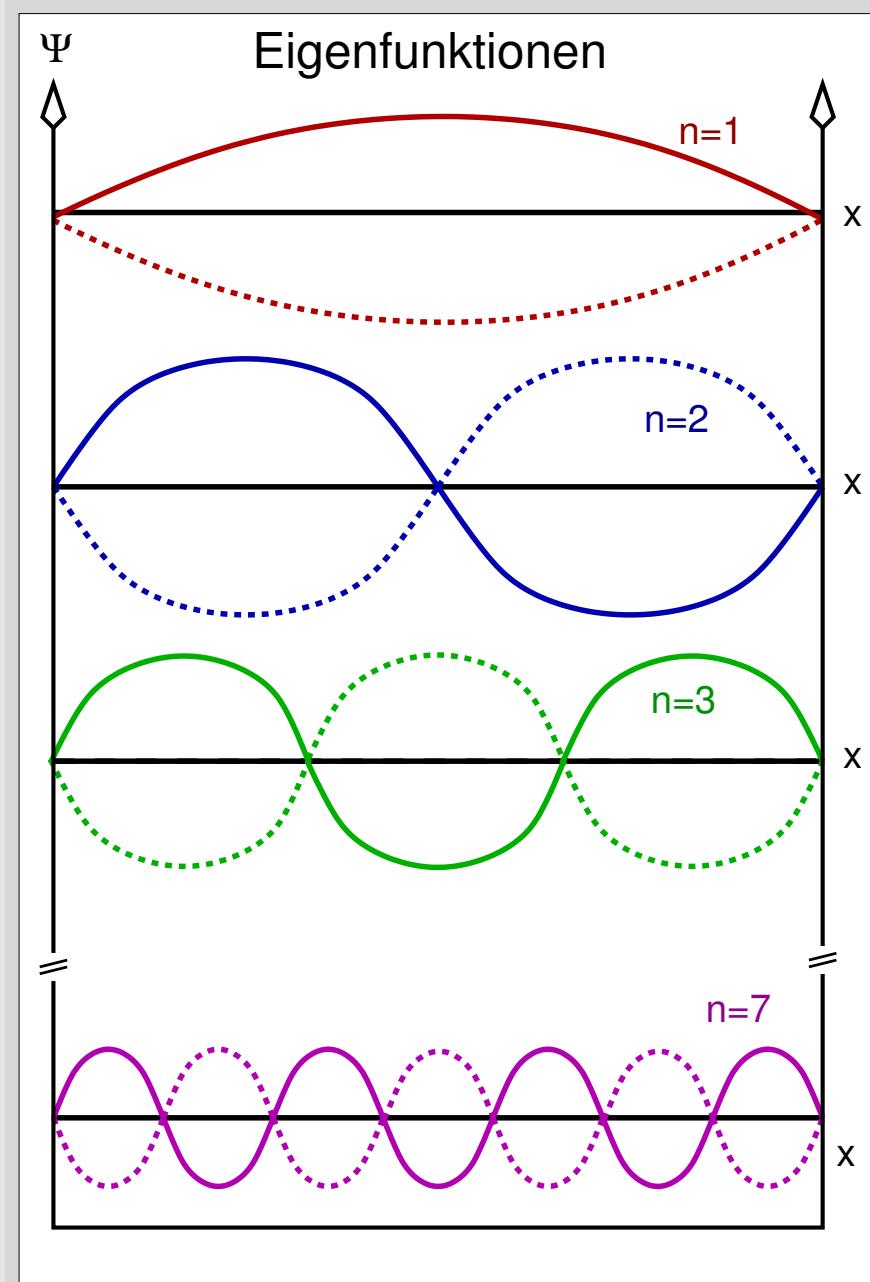
- folgt für die Energieeigenwerte:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

- Lösungen: Eigenfunktionen (zu den Eigenenergien E(k)), ebene Wellen, Plane Waves (PW)

$$\psi = e^{ikx} = \cos kx + i \sin kx$$

eindimensional, potentialfrei: Darstellung der Lösungen



Bedeutung von k

..... k

- ist eine Quantenzahl
- ist proportional zum Impuls der Elektronen

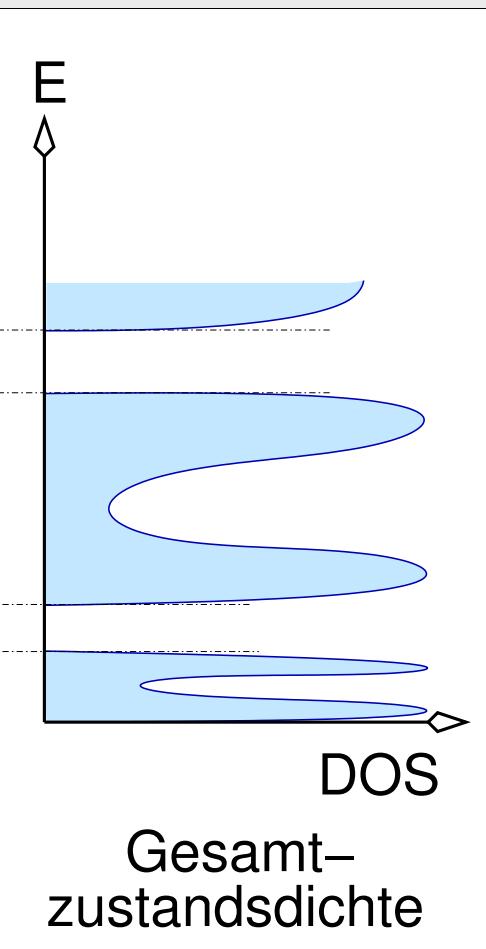
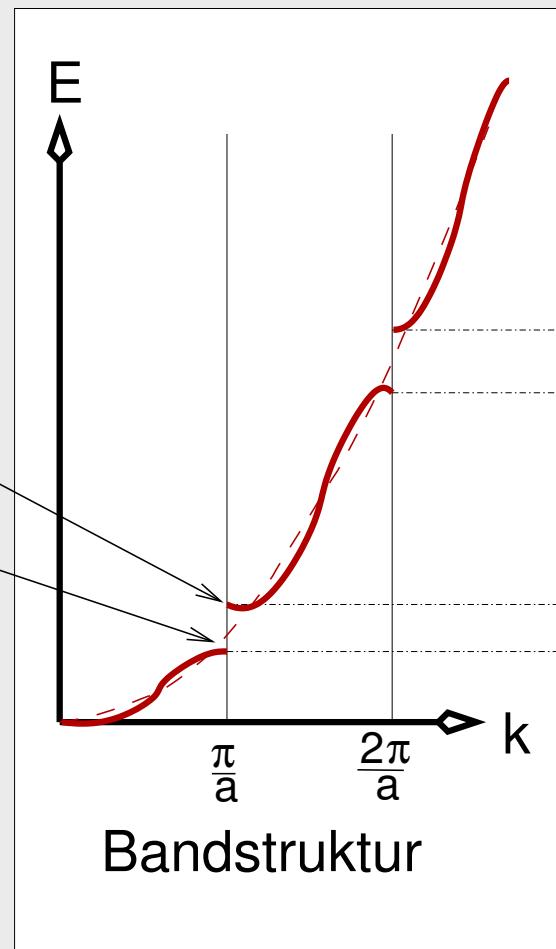
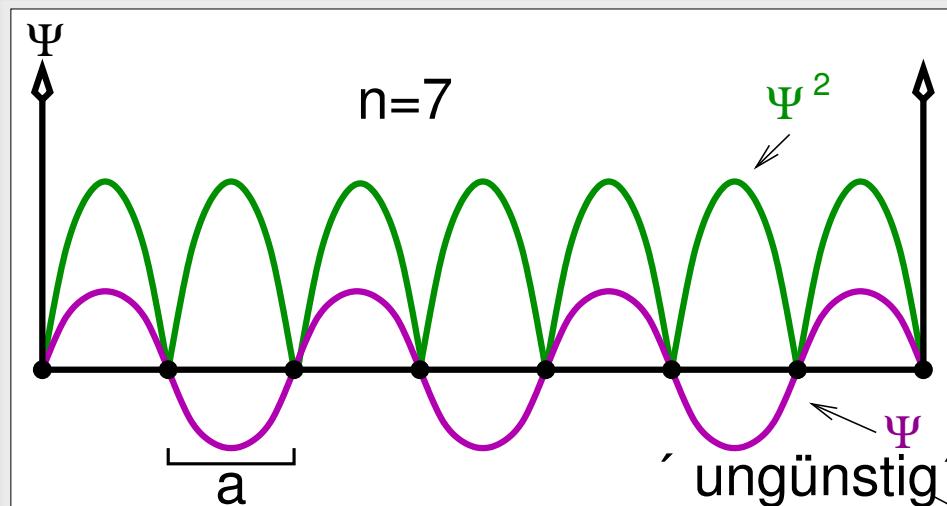
$$p = \hbar k$$

- ist umgekehrt proportional zur Wellenlänge der PW:

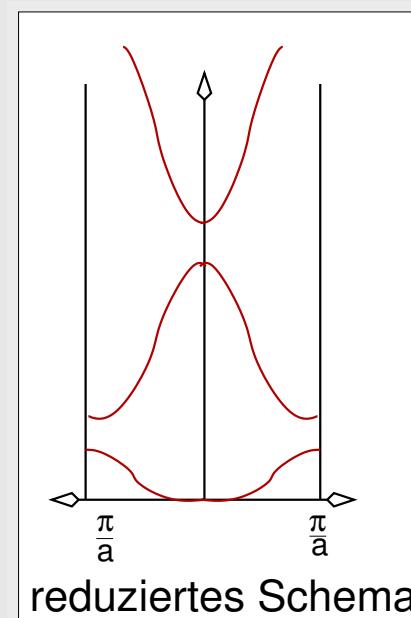
$$k \propto \frac{1}{\lambda}$$

- hat die Einheit einer reziproken Länge
- ist damit ein Vektor, der einen reziproken Raum (k-Raum) aufspannt
- der reziproke Raum ist zentrosymmetrisch

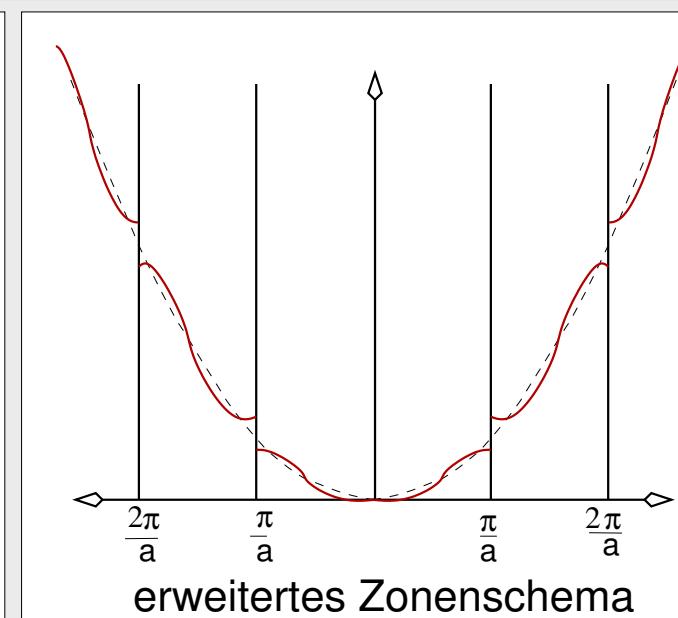
eindimensional, periodische Kernpotentiale



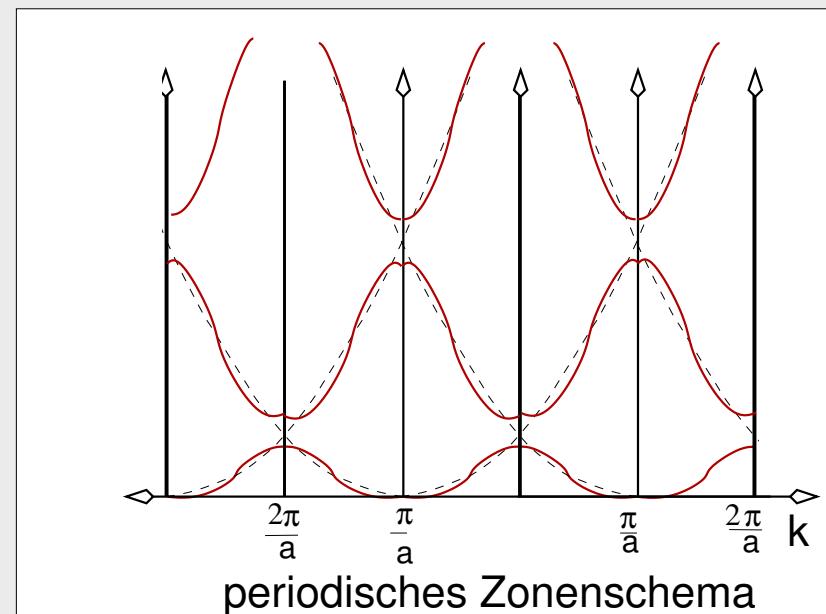
Unterschiedliche Darstellungen der Bandstruktur



reduziertes Schema



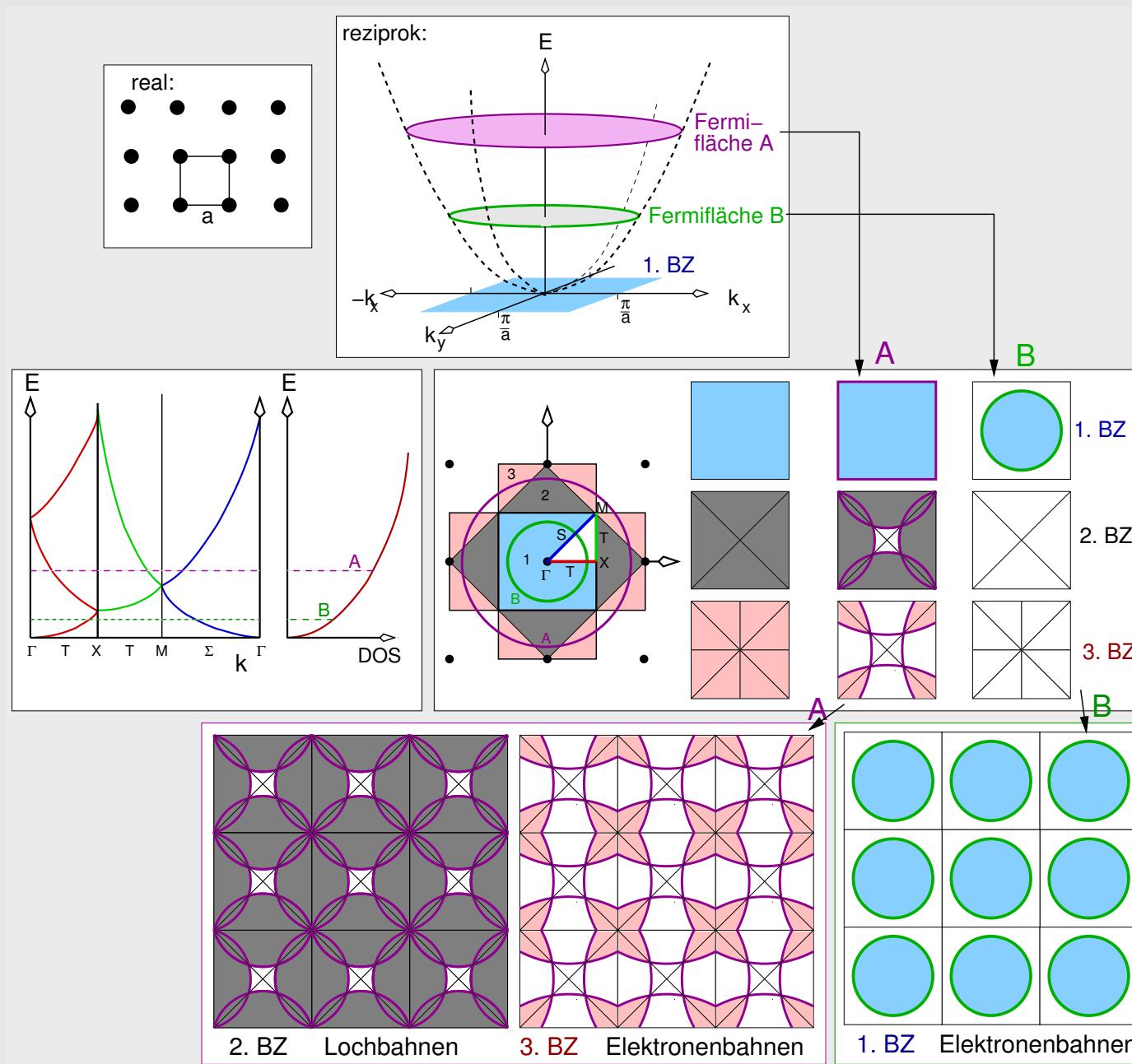
erweitertes Zonenschema



periodisches Zonenschema

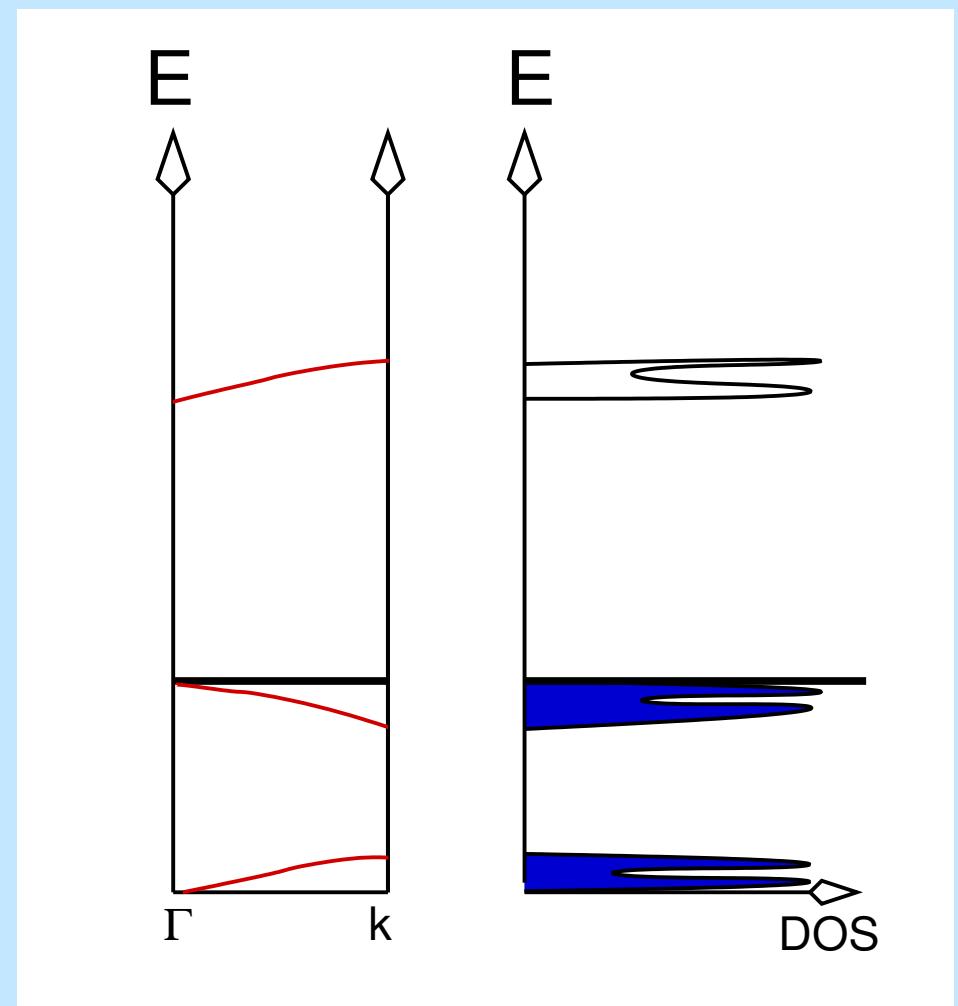
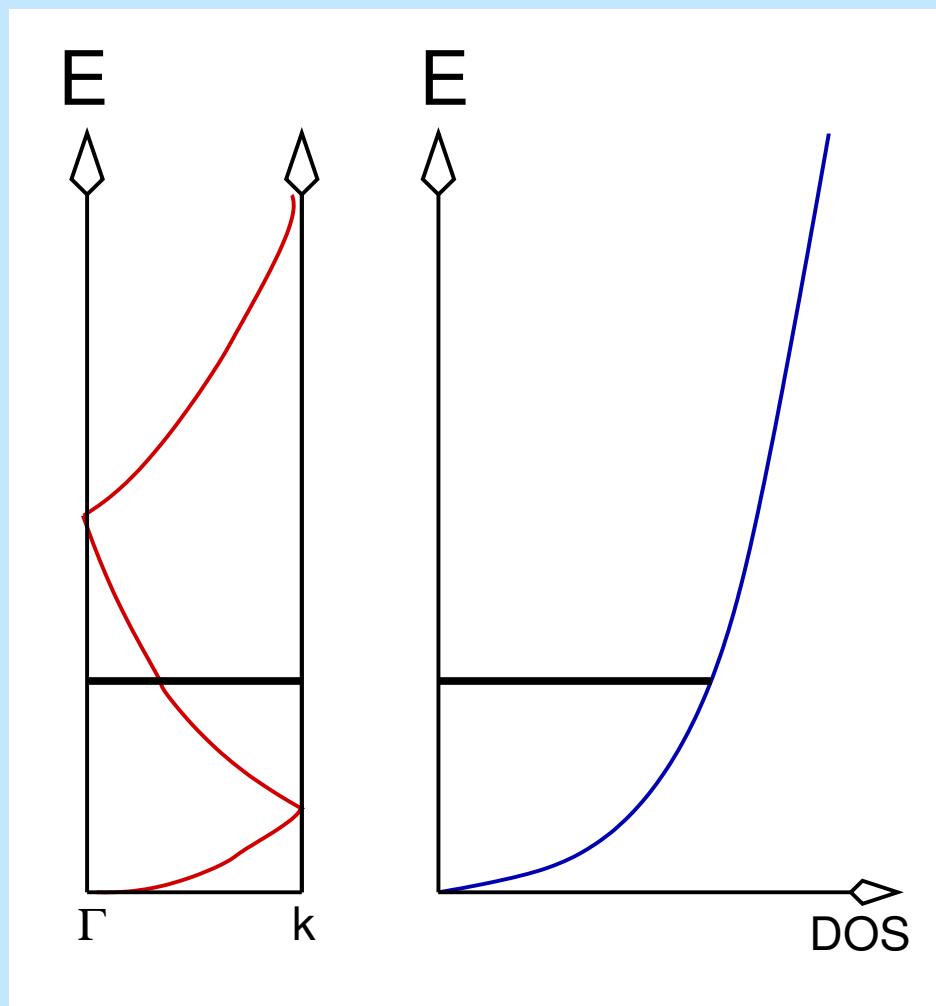
reduzierte Schema: Darstellung in der Wigner-Seitz-Zelle = 1. Brillouin-Zone (EZ des k-Raums)

zweidimensional, potentialfrei, periodische Kernanordnung

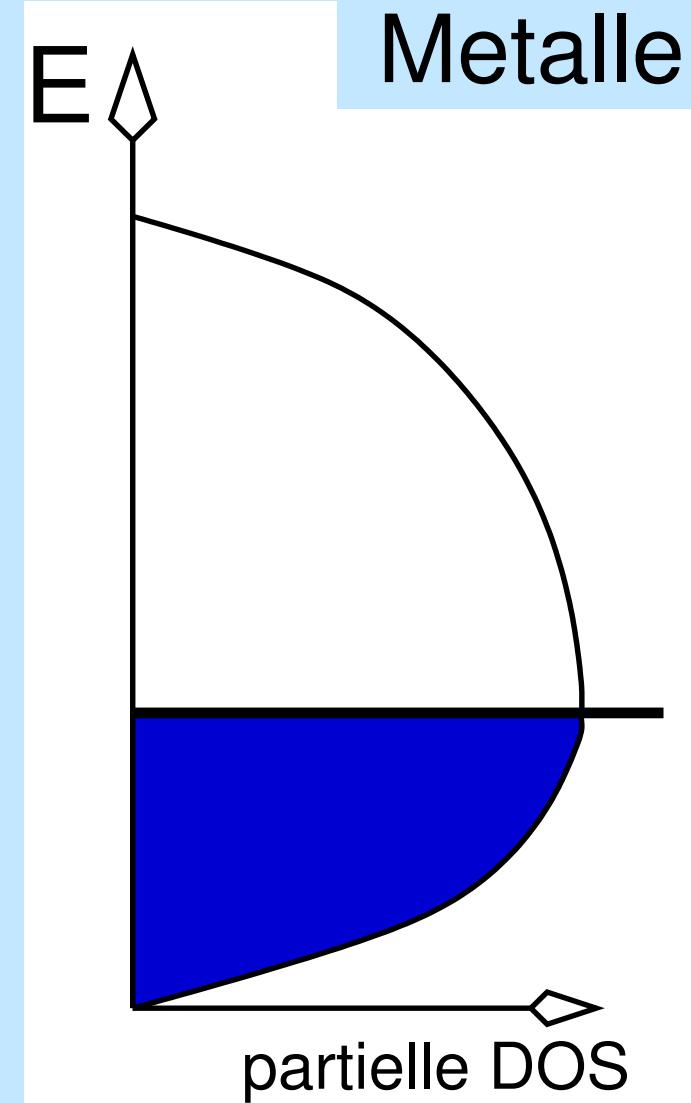
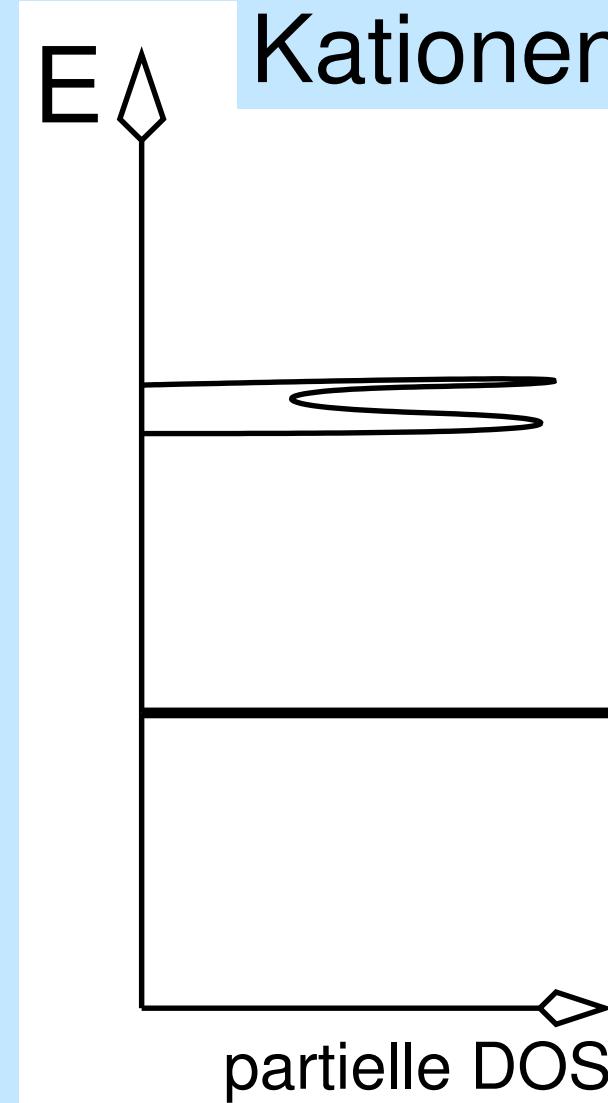
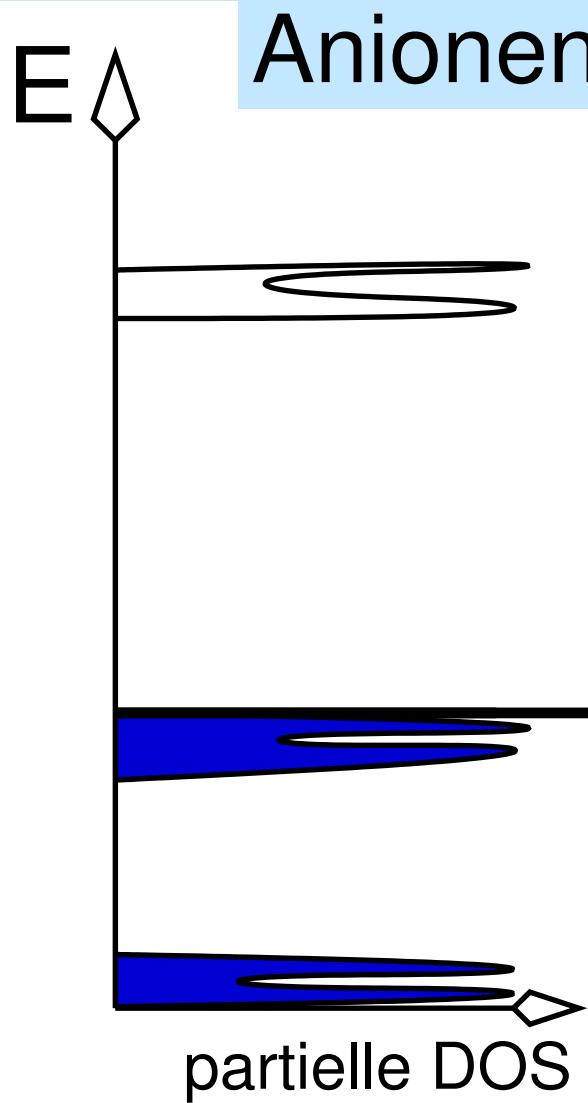


Chemische Bindung I: Bandbreiten (Dispersion)

- große Bandbreiten: metallische Bindung
- kleine Bandbreiten: kovalente/ionische Bindung

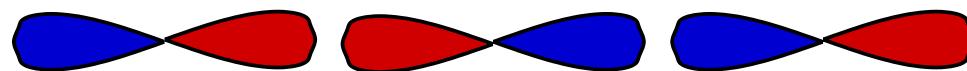


Chemische Bindung II: Partielle Zustandsdichten (Ionenkristalle, Metalle)

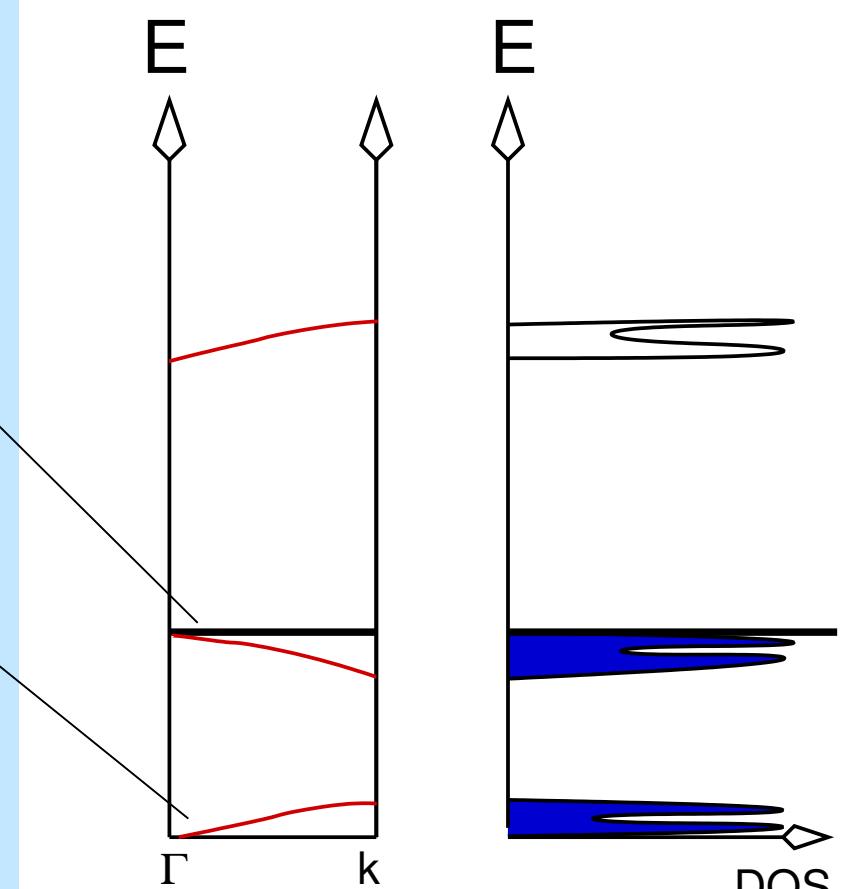


Chemische Bindung III: Totale DOS (kovalente Bindung)

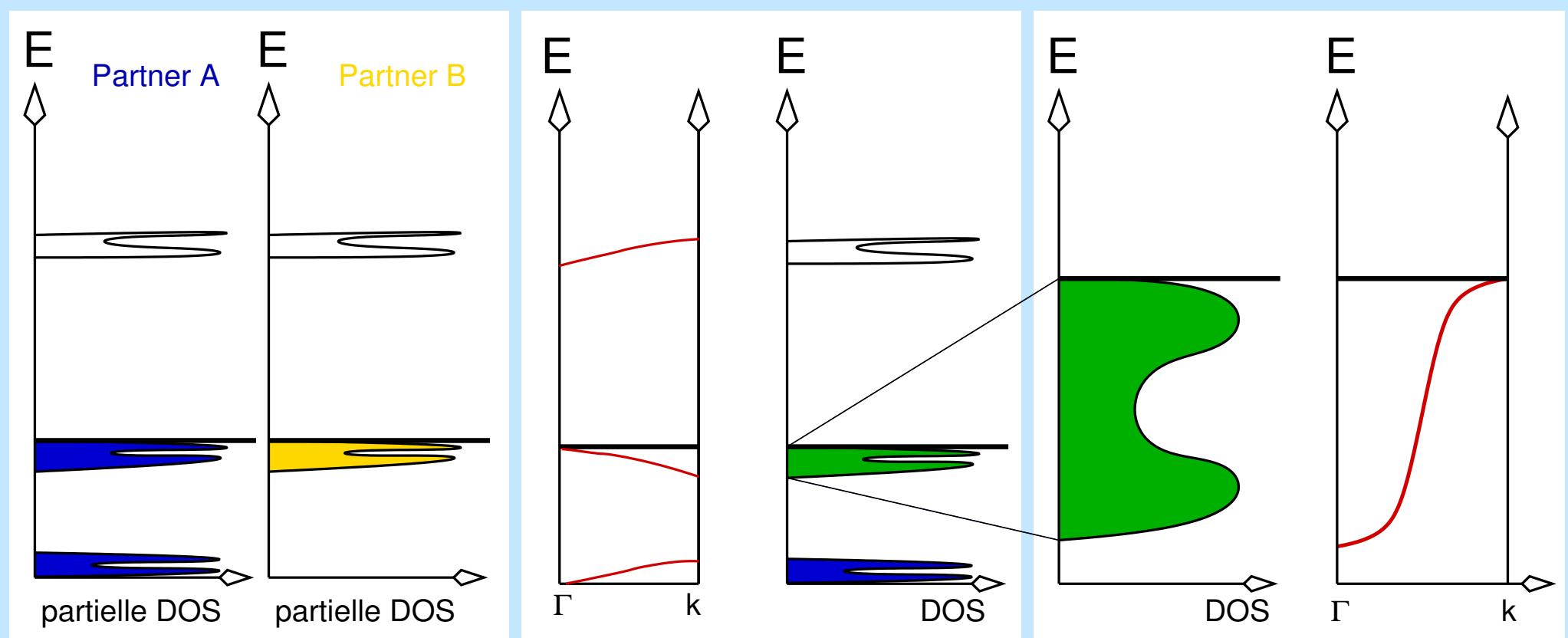
fallend: bindend



steigend: antibindend



Chemische Bindung IV: Partielle Zustandsdichten (kovalente Bindung)



Inhaltsverzeichnis

- I. Einleitung, elektronische Strukturen von Festkörpern
- II. Rechenverfahren
 - ◊ Übersicht über die verschiedenen Ansätze
 - ◊ Prinzip der FP-(L)APW-Methode
 - Dichtefunktional-Theorie
 - LDA-Näherung
 - Muffin-Tin/FP
 - LAPW
 - ◊ Programm Wien
 - Vorbereitung der Rechnung (Struct-Gen., NN, LSTART, DSTART)
 - SCF-Zyklen (LAPW0, LAPW1, LAPW2, MIXER)
 - Ergebnisse
 - totale und partielle DOS
 - BS
 - weitere Eigenschaften
- III. Beispiele

Ab-initio BS-Rechnungen: Gemeinsamkeiten aller Verfahren

- Parameterfrei
- Born-Oppenheimer-Näherung (Grundzustand, T = 0 K)

$$\hat{H} = \hat{T}_e + \hat{V}_{ee} + \hat{V}_{en}$$

- periodische Randbedingungen (Basisfunktionen sind Blochwellen):

$$\Psi_{\vec{k}} = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

- Lösung des Eigenwertproblems der Energie

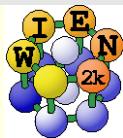
$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

- Ansatz: Ψ als Linearkombinationen von Basisfunktionen

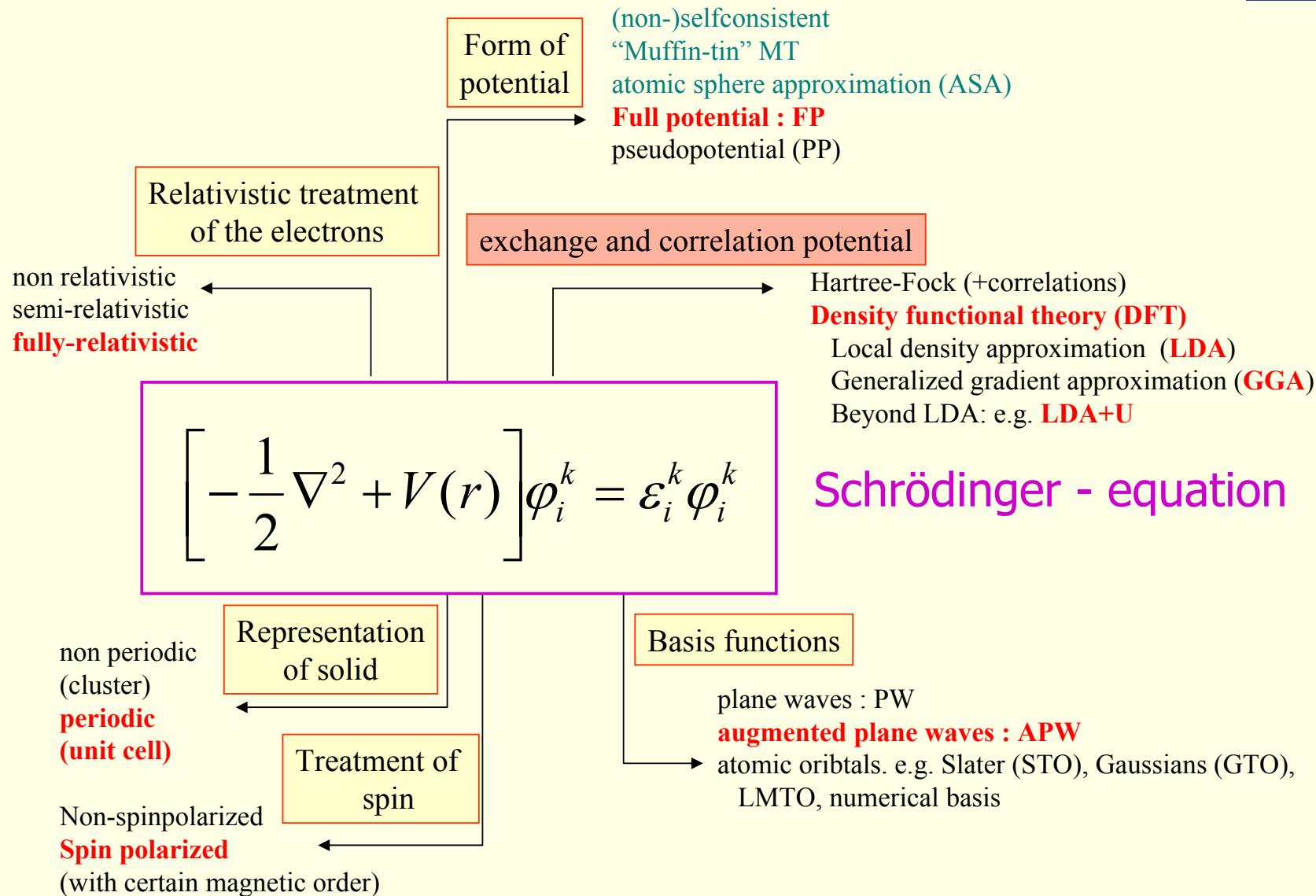
$$\psi_k = \sum_n c_n \phi_{k_n}$$

- SCF-Berechnung der Parameter c_n

Konzepte zur Lösung der Schrödinger-Gleichung im FK

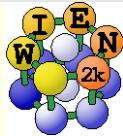


Concepts when solving Schrödinger's equation in solids



Basisfunktionen (Ψ)

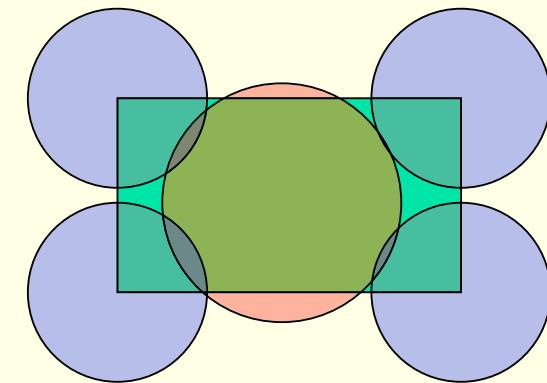
- Ebene Wellen (PW): sehr aufwendig, da extrem viele PW erforderlich
- Augmentation methods: Aufteilung des Raums (s.u.)
 - ◊ LMTO/ASA
 - ◊ Muffin-Tin
- reine LCAO-Methoden
 - ◊ EH-Methoden (nicht parameterfrei, sehr ungenau)
 - ◊ Configuration-Interaction (CI): Ψ sind LC von Slater-Determinanten (als BS-Methode extrem aufwendig)
 - ◊ Hartree-Fock (HF): Ψ sind Slater-Determinanten von Einteilchenfunktionen (für FK ungenau)

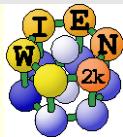


Basis Sets for Solids



- plane waves (pseudo potentials)
- space partitioning (augmentation) methods
 - *LMTO (linear muffin tin orbitals)*
 - ASA approx., linearized numerical radial function
 - + Hankel- and Bessel function expansions
 - *ASW (augmented spherical wave)*
 - similar to LMTO
 - *FP-LMTO (full-potential LMTO)*
 - similar to LAPW, space partitioned with non-overlapping spheres
 - *KKR (Kohn, Koringa, Rostocker method)*
 - solution of multiple scattering problem, Greens function formalism
 - equivalent to APW
 - *(L)APW (linearized augmented plane waves)*
- LCAO methods
 - *Gaussians, Slater, or numerical orbitals, often with PP option)*





(L)APW methods



APW + local orbital method
(linearized) augmented plane wave method

Total wave function $\Psi_k = \sum_{K_n} C_{k_n} \phi_{k_n}$ n...50-100 PWs /atom

Variational method:

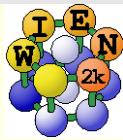
$$\langle E \rangle = \frac{\langle |H| \Psi \Psi \rangle}{\langle | \Psi \Psi \rangle} \quad \frac{\delta \langle E \rangle}{\delta C_{k_n}} = 0$$

upper bound

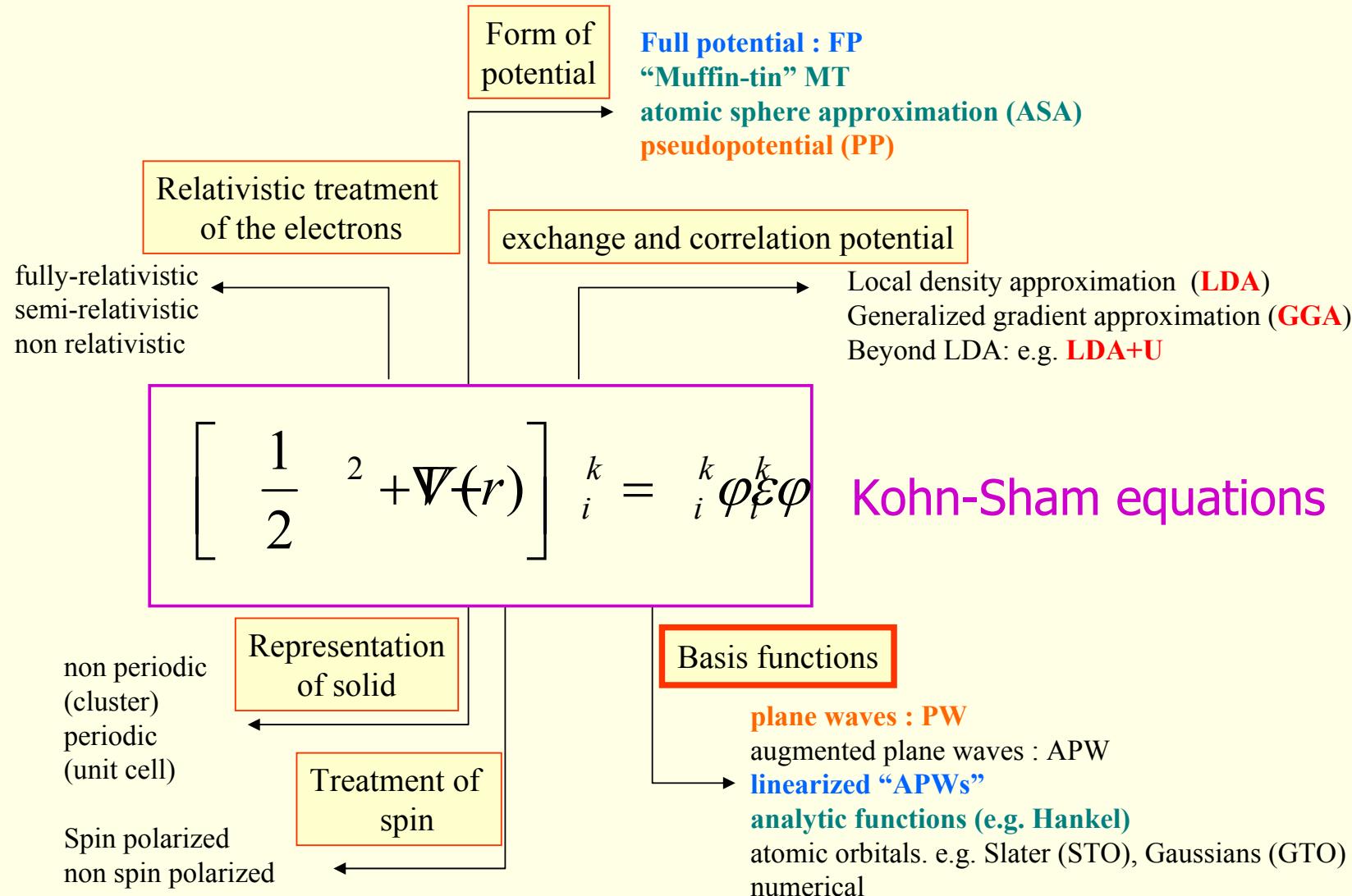
minimum

Generalized eigenvalue problem: $H C = E S C$

Diagonalization of (real or complex) matrices of size 10.000 to 50.000 (up to 50 Gb memory)

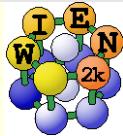


Overview of DFT concepts



Potentiale

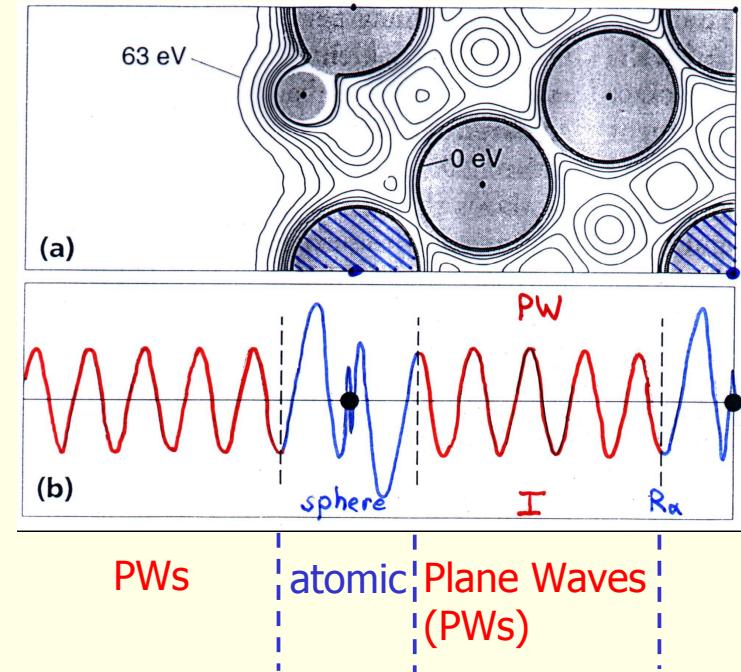
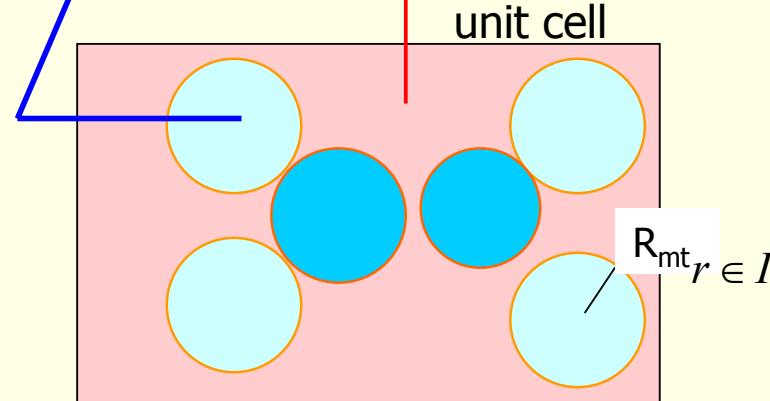
- reine Plane Waves (PW): gesamten FK besteht aus ebenen Wellen (extrem aufwendig)
- Muffin-Tin (MT): FK geteilt in Kugeln um die Atome und Zwischenraum (Augmentierung der Basisfunktionen am Kugelrand)
 - ◊ LMTO/ASW: ASA-Näherung (überlappende Kugeln) Kugelsymmetrie innerhalb des Core, konstantes Potential dazwischen (Andersen, Kübler)
 - ◊ Augmented Plane Wave (APW): nicht überlappende Atomkugeln, dazwischen ebene Wellen
 - ◊ Full-Potential (FP): Kristallsymmetrie auch in den Atomkugeln voll berücksichtigt



APW Augmented Plane Wave method



The unit cell is partitioned into:
atomic spheres
Interstitial region



Basis set:

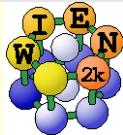
$$\text{PW: } e^{i(\vec{k} + \vec{K}) \cdot \vec{r}}$$

Atomic partial waves

$$\sum_{\ell m} A_m^K u_{\ell\ell}(r, \varepsilon) Y_{\ell m}(\hat{r}')$$

join

$u(r, \varepsilon)$ are the numerical solutions of the radial Schrödinger equation in a given spherical potential for a particular energy ε
 A_{lm}^K coefficients for matching the PW

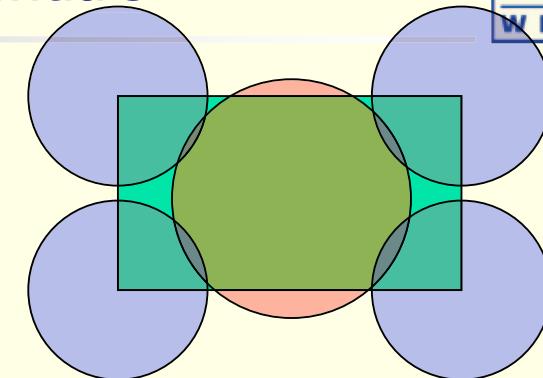


shape approximations to “real” potentials



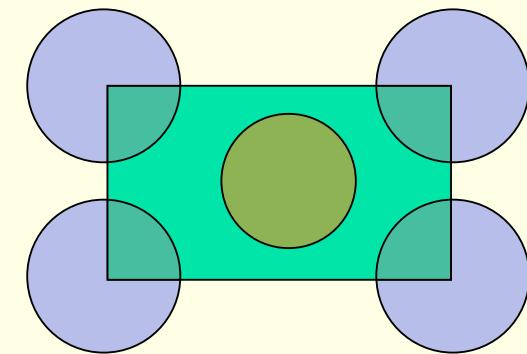
■ Atomic sphere approximation (ASA)

- *overlapping spheres “fill” all volume*
- *potential spherically symmetric*



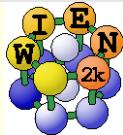
■ “muffin-tin” approximation (MTA)

- *non-overlapping spheres with spherically symmetric potential +*
- *interstitial region with $V=const.$*

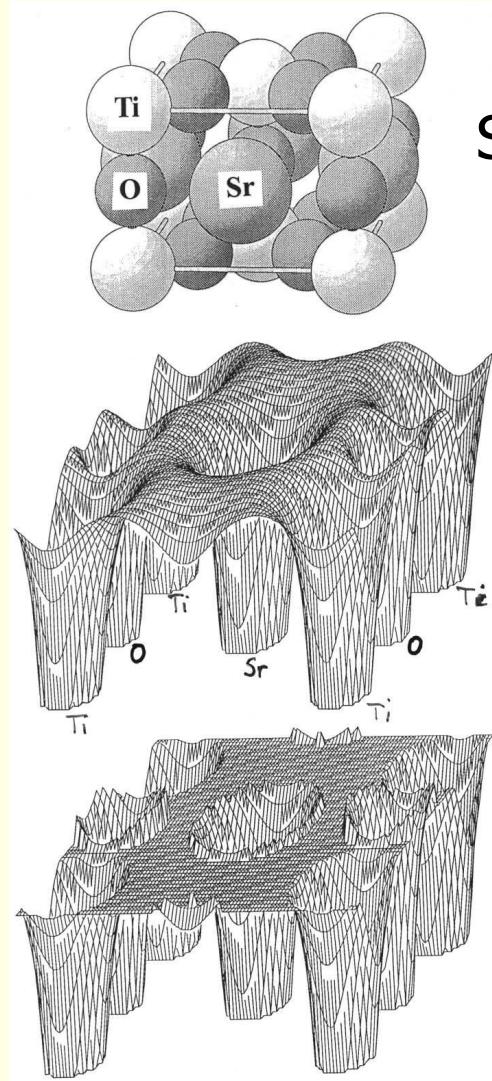


■ “full”-potential

- *no shape approximations to V*



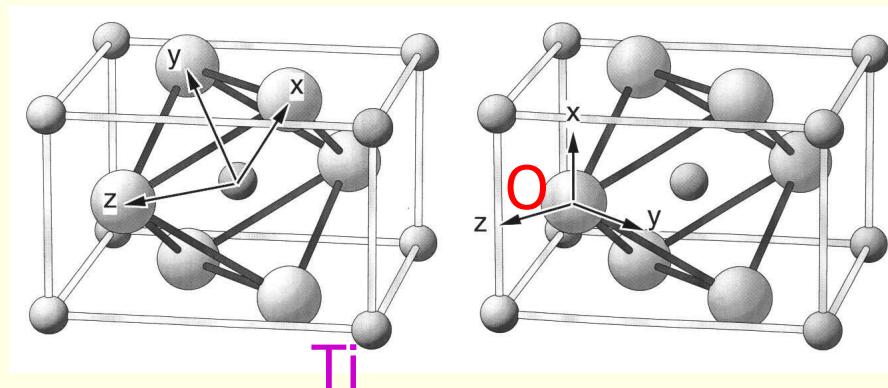
Full-potential in LAPW (A.Freeman et al)



- The potential (and charge density) can be of general form
(no shape approximation)

$$V(r) = \begin{cases} \sum_{LM} V_{LM}(r) Y_{LM}(\hat{r}) & r < R_a \\ \sum_K V_K e^{i\vec{K} \cdot \vec{r}} & r \in I \end{cases}$$

- Inside each atomic sphere a local coordinate system is used
(defining LM)



Berücksichtigung der Austausch/Korrelations-WW

- HF und CI: durch Slaterdeterminanten berücksichtigt (\rightarrow Bandlücken bis ca. 50 % zu groß)
- Dichtefunktionaltheorie DFT mit LDA (\rightarrow Bandlücken bis ca. 50 % zu klein)

\rightarrow WIEN2k: TB-FP-LAPW-(lo)-DFT-Verfahren mit LDA-, LDA+U- oder GGA-Näherung <-

Basisfunktionen in WIEN

- MT: Teilung des Kristalls in nicht überlappende Kugeln:
 - ◊ außerhalb der Kugeln ebene Wellen (PW)
 - ◊ innerhalb der Kugeln: Einelektronenwellenfunktionen
 - mit radialem und Winkel-abhängigen Teil (FP)
 - nach Valenz- und Core-Zuständen differenziert

Rechnung: Selbstkonsistenz-Verfahren (Raleigh-Ritz-Variationsverfahren)

- Wahl der Basisfunktionen (LSTART und KGEN)
- Berechnung der Startdichte (DSTART)
- Berechnung des Operator \hat{H}_{KS} aus dieser Dichte (LAPW0)
- Lösung des Eigenwertproblems mit \hat{H}_{KS} (LAPW1)
- Berechnung der neuen Valenzzustands-Dichte $\rho_{val,neu}$ (LAPW2)
- Addition von ρ_{val} und ρ_{core}
- Vergleich von ρ_{neu} und ρ_{alt} (Mixer)
- Test auf Selbstkonsistenz (Charge distance)
- ggf. neuer Beginn bei 3.

Dichtefunktionaltheorie/LDA

- Theorem von Hohenberg/Kohn (1964) und Kohn/Sham (1965):
- Die exakte Grundzustandsdichte eines Systems aus N-Elektronen

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \psi_i(\vec{r})^* \psi_i(\vec{r})$$

- ergibt sich, wenn die Einteilchenwellenfunktionen diejenigen N der energetisch niedrigsten Lösungen der Kohn-Sham-Gleichung $\hat{H}_{KS} \psi_i = \epsilon_i \phi_i$ sind.
- Der Operator \hat{H}_{KS}

$$\hat{H}_{KS} = \hat{T}_o + \hat{V}_H + \hat{V}_{xc} + \hat{V}_{ext}$$

- hängt wegen

$$\hat{V}_H = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' \quad \text{bzw.} \quad \hat{V}_{ext} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i,j} \frac{e^2 Z_i}{|\vec{R}_i - \vec{r}_j|} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{i \neq j} \frac{e^2 Z_i Z_j}{|\vec{R}_i - \vec{R}_j|}$$

- nur ab von der Elektronendichte und dem Austauschkorrelations-Potential V_{xc} :

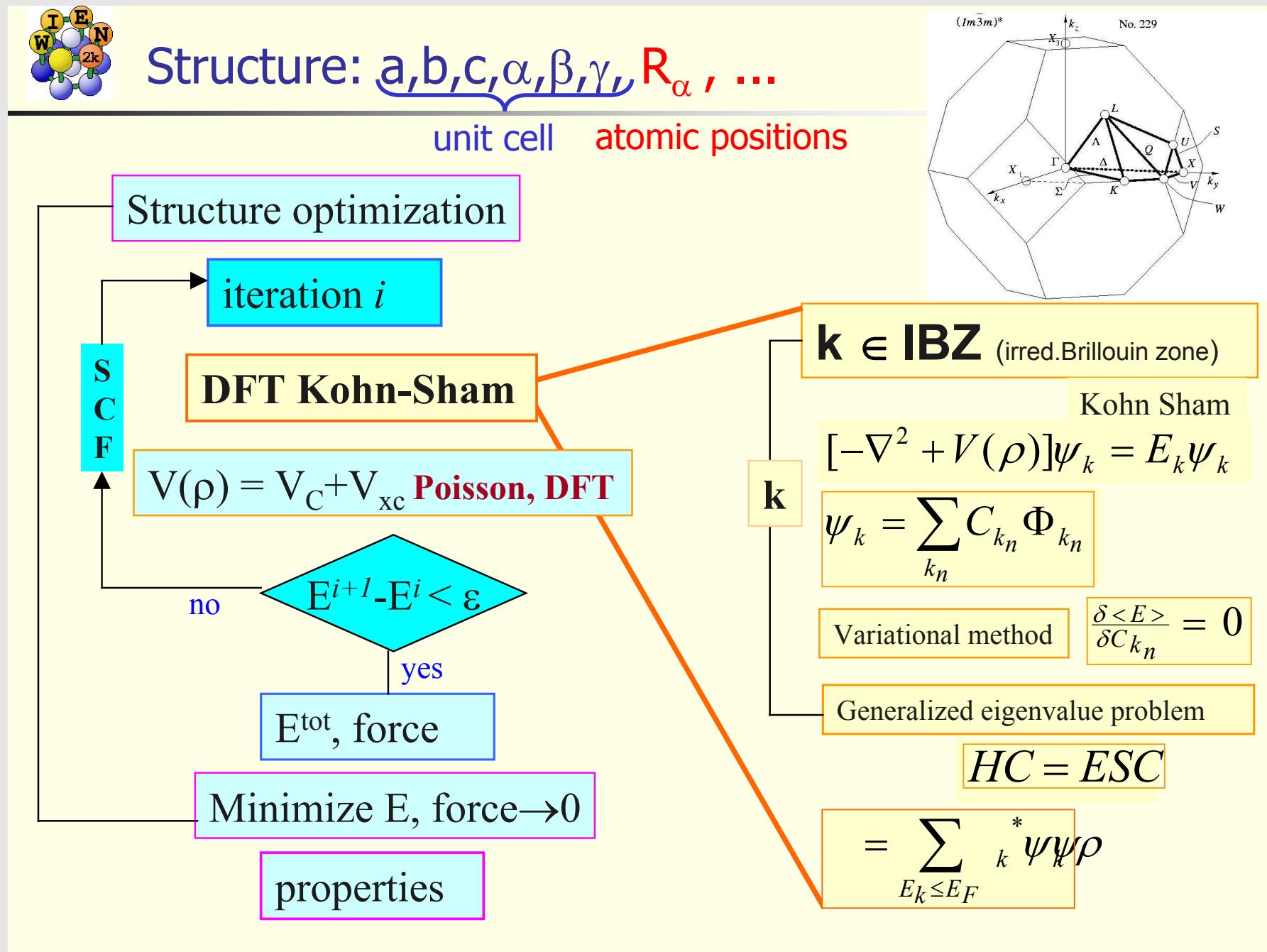
$$\hat{V}_{xc} = \frac{\delta V_{xc}[\rho]}{\delta \rho}$$

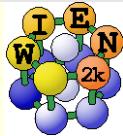
Lokale Dichtenäherung (LDA)

- Annahmen für V_{xc} ,
- die sich aus der Tatsache ergeben,
- daß sich die Elektronendichte räumlich nur langsam ändert.

- Methode: TB-FP-LAPW-DFT-Verfahren mit LDA- bzw. GGA-Näherung
- Autoren: Peter Blaha, Karlheinz Schwarz, Joachim Luitz
- Code: Fortran mit Unix-Skripten
- Web-Frontend
- Tools: XcrySDen (Tone Kokalj) ermöglicht
 - ◊ Strukturdarstellungen
 - ◊ Bestimmung von k-Pfaden für die Bandstruktur
 - ◊ Elektronendichten
 - ◊ Fermiflächen

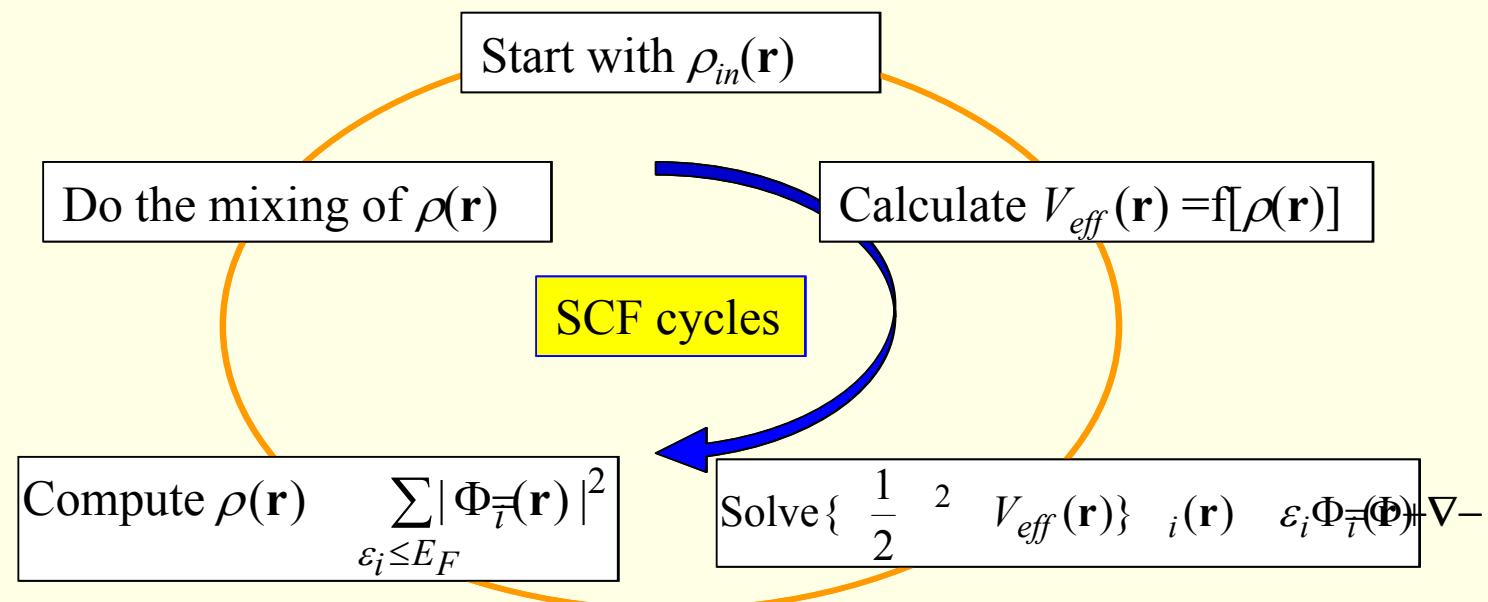
Programm-Prinzip



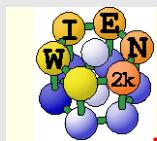


Self-consistent field (SCF) calculations

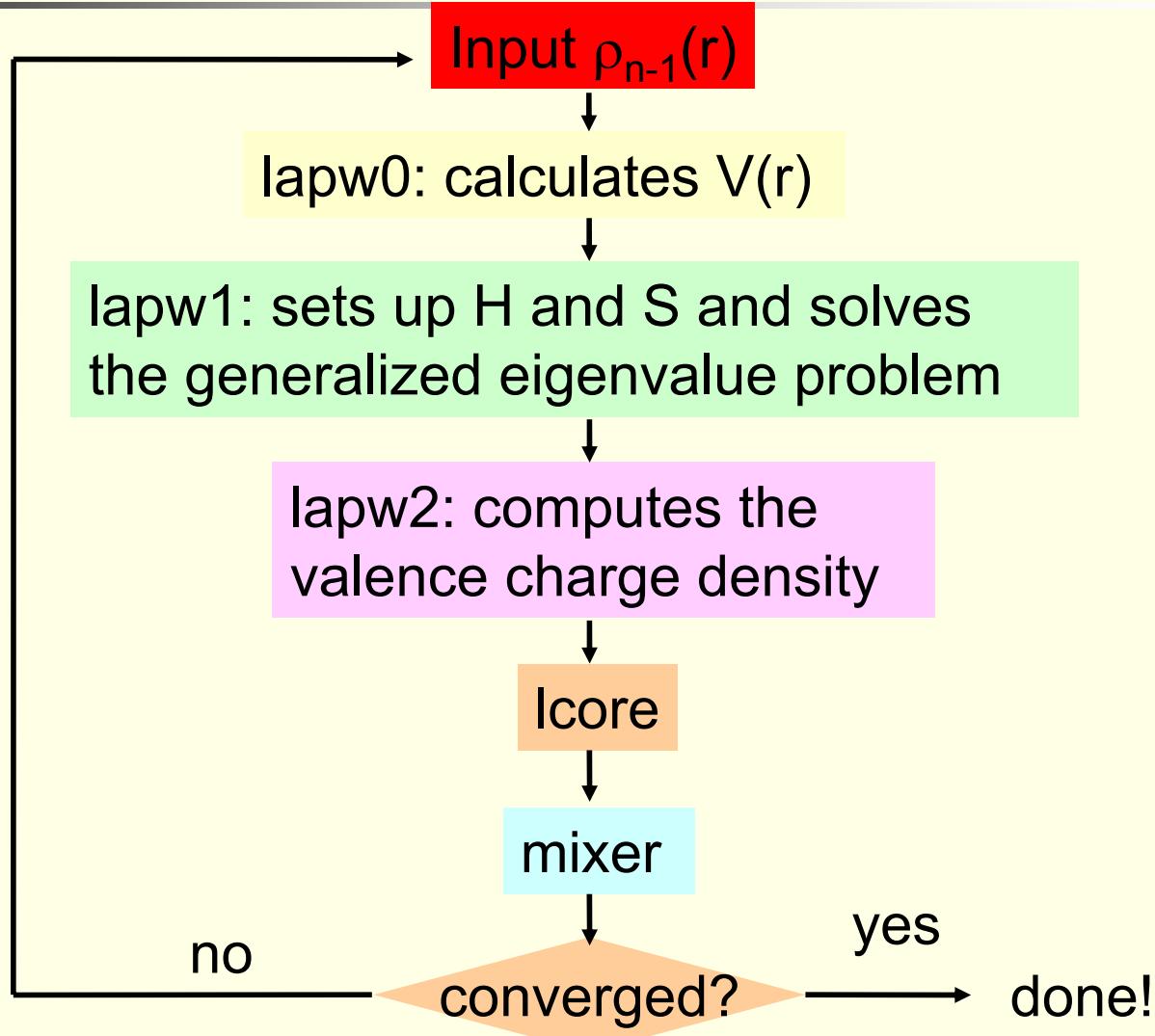
- In order to solve $H\Psi=E\Psi$ we need to know the potential $V(r)$
- for $V(r)$ we need the electron density $\rho(r)$
- the density $\rho(r)$ can be obtained from $\Psi(r)^*\Psi(r)$
- ?? $\Psi(r)$ is unknown before $H\Psi=E\Psi$ is solved ??



Flow-Chart von WIEN2k

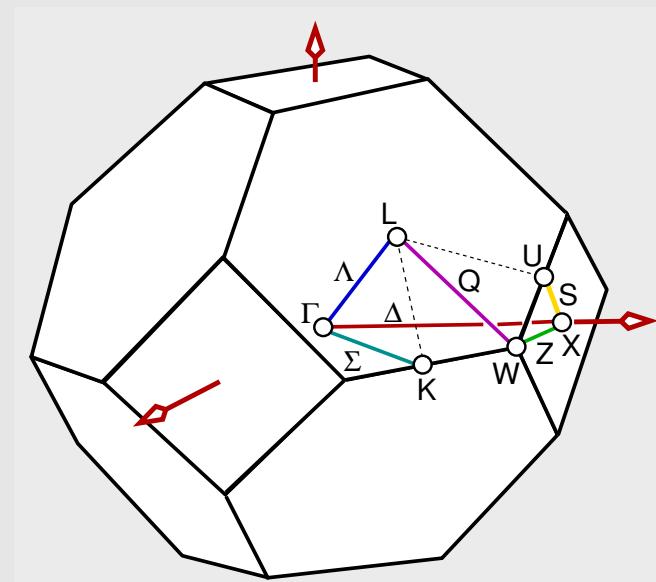


Flow Chart of WIEN2k (SCF)



Beispiele

- alle kubisch flächenzentriert



- unterschiedliche Bindungstypen
- Beispiele
 - Ca (Fm3m, fcc, Metall)
 - CaO (Fm3m, NaCl; Salz)
 - GaAs ($\bar{F}43m$, Zinkblende; kovalenter FK)

Beispiel Ca: Input I

- File ca.struct

```
Ca, fcc
F LATTICE,NONEQUIV. ATOMS: 1 225 Fm-3m
MODE OF CALC=RELA
10.605147 10.605147 10.605147 90.000000 90.000000 90.000000
ATOM= 1: X=0.0000000 Y=0.0000000 Z=0.0000000
          MULT= 1 ISPLIT= 2
Ca1      NPT= 781 R0=0.00005000 RMT= 3.0000 Z: 20.0
LOCAL ROT MATRIX: 1.0000000 0.0000000 0.0000000
                  0.0000000 1.0000000 0.0000000
                  0.0000000 0.0000000 1.0000000
48      NUMBER OF SYMMETRY OPERATIONS
1 0 0 0.0000000
0-1 0 0.0000000
.....
```

- File ca.in0

```
TOT    13      (5...CA-LDA, 13...PBE-GGA, 14...PW2-GGA)
NR2V      (R2V)
```

Beispiel Ca: Input II

- File ca.inst

```
Ca 1
Ar 1 5
4,-1,1.0 N
4,-1,1.0 N
**** End of Input
```

- File ca.in1

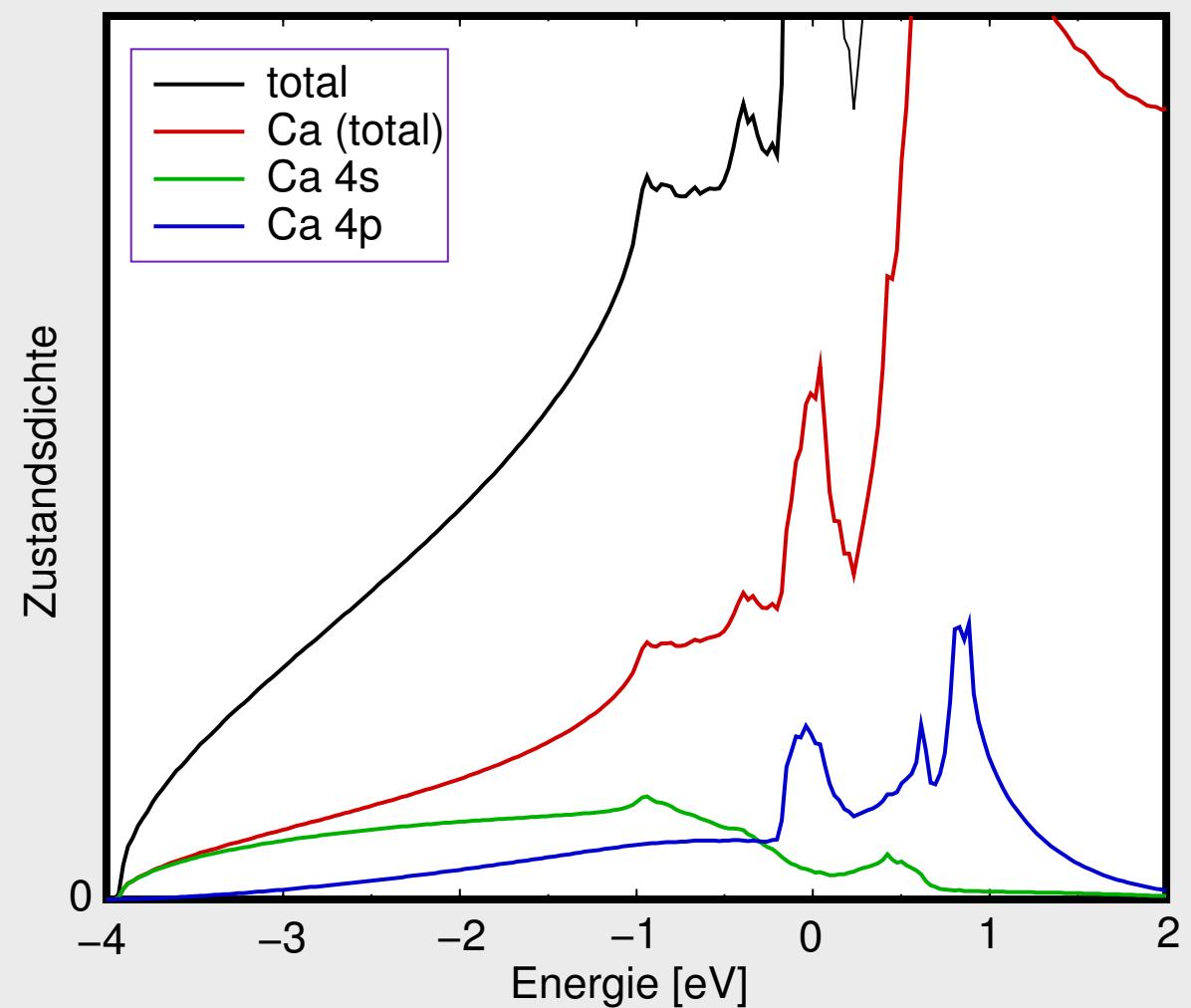
```
WFFIL          (WFPRI, SUPWF)
 8.00        10      4 (R-MT*K-MAX; MAX L IN WF, V-NMT
 0.30        4      (GLOBAL E-PARAMETER WITH n OTHER CHOICES)
 0    0.30      0.000 CONT
 0   -3.16      0.005 STOP
 1   -1.75      0.010 CONT
 1    0.30      0.000 CONT
K-VECTORS FROM UNIT:4      -7.0      1.5      emin/emax window
```

- Interaktiv

- ◊ Zahl der k-Punkte (gesamt BZ): 25000

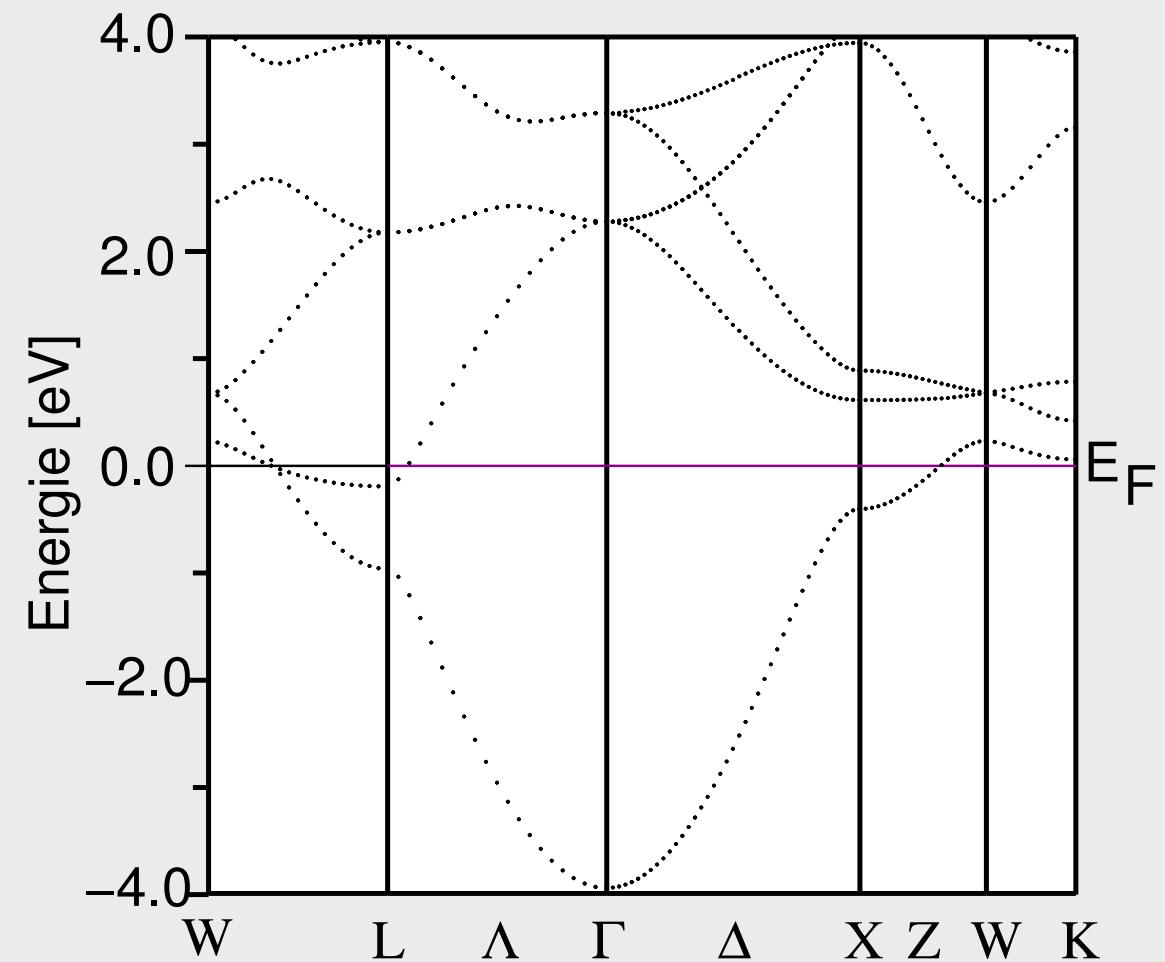
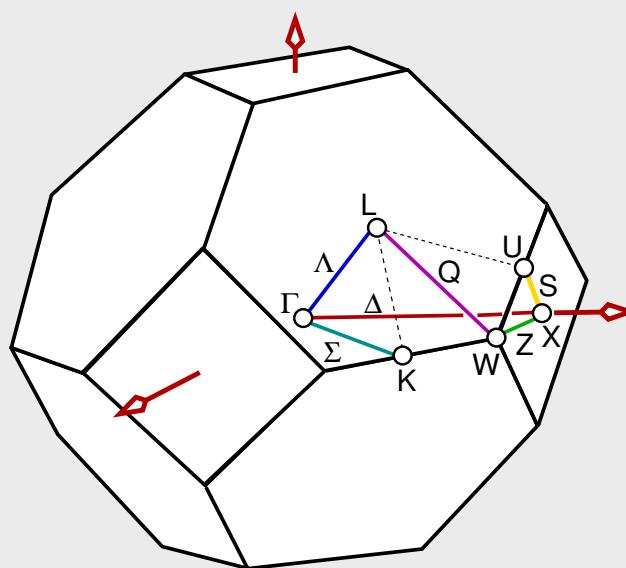
Beispiel Ca: Zustandsdichten

- totale = partielle DOS von Ca
- keine Bandlücke
- große Dispersionen
- 4s fast vollst. besetzt
- Überlappung von 4s und 4p



Beispiel Ca: Bandstruktur

- große Dispersionen
- keine Bandlücke
- 4s besetzt, von Γ steigend
- 4p schwach besetzt
- $E \sim k^2$ für s Unterkante
- $E \sim -k^2$ für s Oberkante
- spezielle k -Punkte:



Beispiel CaO: Input I

- File cao.struct

CaO

F LATTICE, NONEQUIV. ATOMS: 2 225 Fm-3m

MODE OF CALC=RELA

9.068799 9.068799 9.068799 90.000000 90.000000 90.000000

ATOM= 1: X=0.00000000 Y=0.00000000 Z=0.00000000

MULT= 1 ISPLIT= 2

Ca1 NPT= 781 R0=0.00005000 RMT= 2.0000 Z: 20.0

LOCAL ROT MATRIX: 1.0000000 0.0000000 0.0000000

0.0000000 1.0000000 0.0000000

0.0000000 0.0000000 1.0000000

ATOM= 2: X=0.50000000 Y=0.50000000 Z=0.50000000

MULT= 1 ISPLIT= 2

O 1 NPT= 781 R0=0.00010000 RMT= 2.1000 Z: 8.0

LOCAL ROT MATRIX: 1.0000000 0.0000000 0.0000000

0.0000000 1.0000000 0.0000000

0.0000000 0.0000000 1.0000000

48 NUMBER OF SYMMETRY OPERATIONS

1 0 0 0.0000000

.....

Beispiel CaO: Input II

- File cao.in0

```
TOT      13      (5...CA-LDA, 13...PBE-GGA, 14...PW2-GGA)
NR2V      (R2V)
```

- File cao.inst

```
Ca 1
Ar 1 5
4,-1,1.0 N
4,-1,1.0 N
O 1
He 3 5
2,-1,1.0 N
2,-1,1.0 N
2, 1,1.0 N
2, 1,1.0 N
2,-2,2.0 N
2,-2,0.0 N
**** End of Input
```

Beispiel CaO: Input III

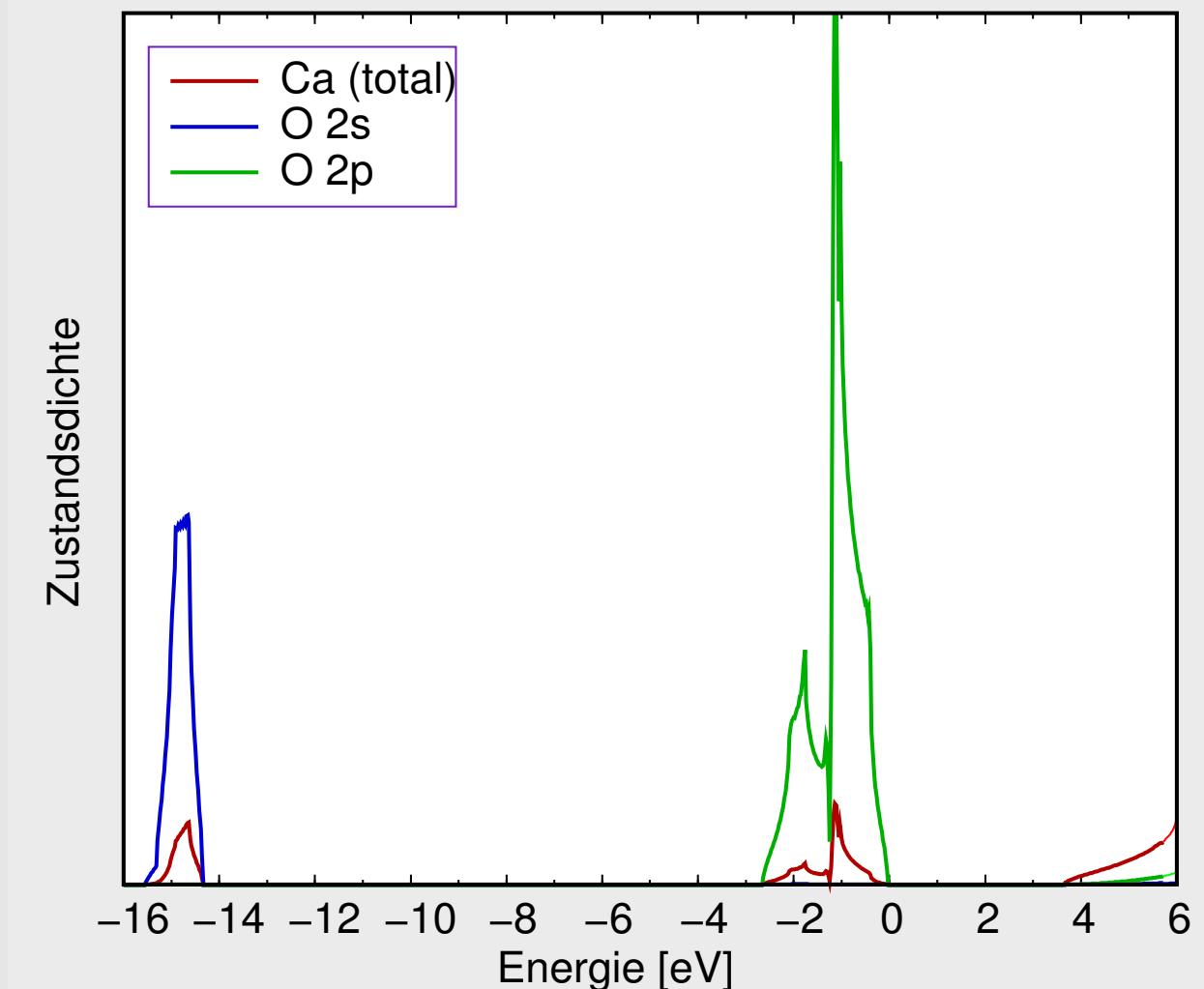
- File cao.in1

```
TOT          (TOT, FOR, QTL, EFG, FERMI)
      -9.0       16.0           EMIN,  NE
TETRA      0.000          (GAUSS, ROOT, TEMP, TETRA, ALL      eval)
 0 0 4 0 4 4 6 0 6 4
 0 0 4 0 4 4 6 0 6 4
10.          GMAX
FILE        FILE/NOFILE  write recprlist
```

- Interaktiv
 - ◊ Zahl der k-Punkte (gesamte BZ): 25000
- Rechenzeit (1 Proz. Pentium mit 1 GHz)
 - ◊ ca. 20 min. (6 SCF-Zyklen)

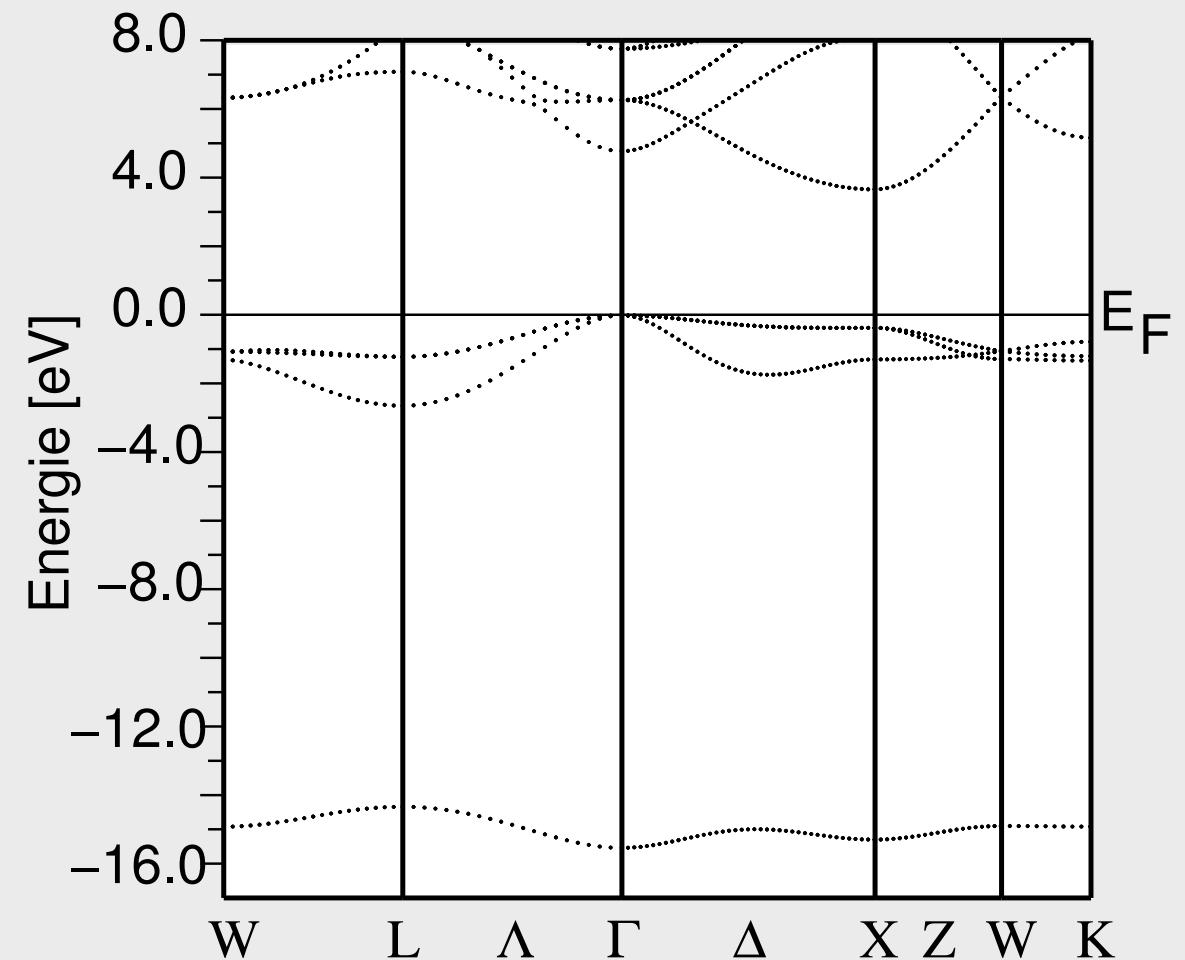
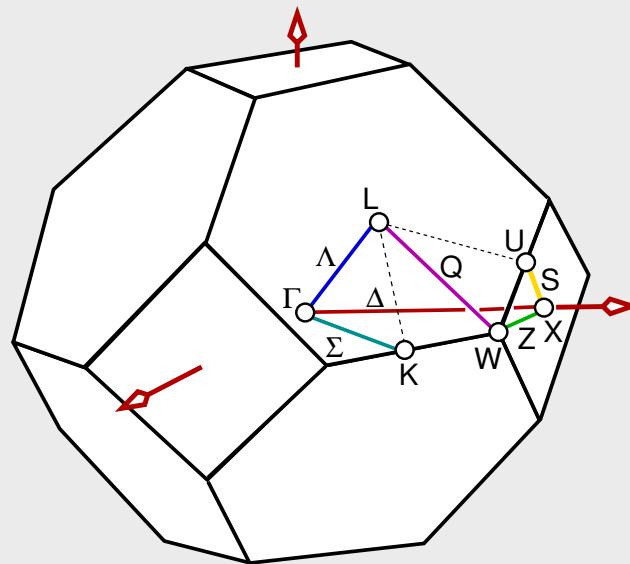
Beispiel CaO: Zustandsdichten

- O 2s und 2p besetzt
- VB mit O-2p Charakter
- LB: Ca-Zustände
- BL: 3.8 eV



Beispiel CaO: Bandstruktur

- kleine Dispersionen
- indirekte BL: 3.8 eV
- optische BL: 4.8 eV
- optische BL_{exp} : 7.0 eV
- VB: O-2p-Charakter
- LB-Charakter = $f(k\text{-Raum})$
- 1. BZ und spezielle k -Punkte:



Beispiel GaAs: Input I

- File gaas.struct

GaAs

F LATTICE, NONEQUIV. ATOMS: 2 216 F-43m

MODE OF CALC=RELA

10.408616 10.408616 10.408616 90.000000 90.000000 90.000000

ATOM= 1: X=0.0000000 Y=0.0000000 Z=0.0000000

MULT= 1 ISPLIT= 2

Ga1 NPT= 781 R0=0.00005000 RMT= 2.1000 Z: 31.0

LOCAL ROT MATRIX: 1.0000000 0.0000000 0.0000000

0.0000000 1.0000000 0.0000000

0.0000000 0.0000000 1.0000000

ATOM= 2: X=0.25000000 Y=0.25000000 Z=0.25000000

MULT= 1 ISPLIT= 2

As1 NPT= 781 R0=0.00005000 RMT= 2.1000 Z: 33.0

LOCAL ROT MATRIX: 1.0000000 0.0000000 0.0000000

0.0000000 1.0000000 0.0000000

0.0000000 0.0000000 1.0000000

24 NUMBER OF SYMMETRY OPERATIONS

1 0 0 0.0000000

.....

- File gaas.in0

TOT 13 (5...CA-LDA, 13...PBE-GGA, 14...PW2-GGA)

NR2V (R2V)

Beispiel GaAs: Input II

- File gaas.inst

```
Ga 1
Ar 4 5
3, 2,2.0 N
3, 2,2.0 N
3,-3,3.0 N
3,-3,3.0 N
4,-1,1.0 N
4,-1,1.0 N
4, 1,1.0 N
4, 1,0.0 N
As 1
Ar 5 5
3, 2,2.0 N
3, 2,2.0 N
3,-3,3.0 N
3,-3,3.0 N
4,-1,1.0 N
4,-1,1.0 N
4, 1,1.0 N
4, 1,0.0 N
4,-2,2.0 N
4,-2,0.0 N
**** End of Input
```

Beispiel GaAs: Input III

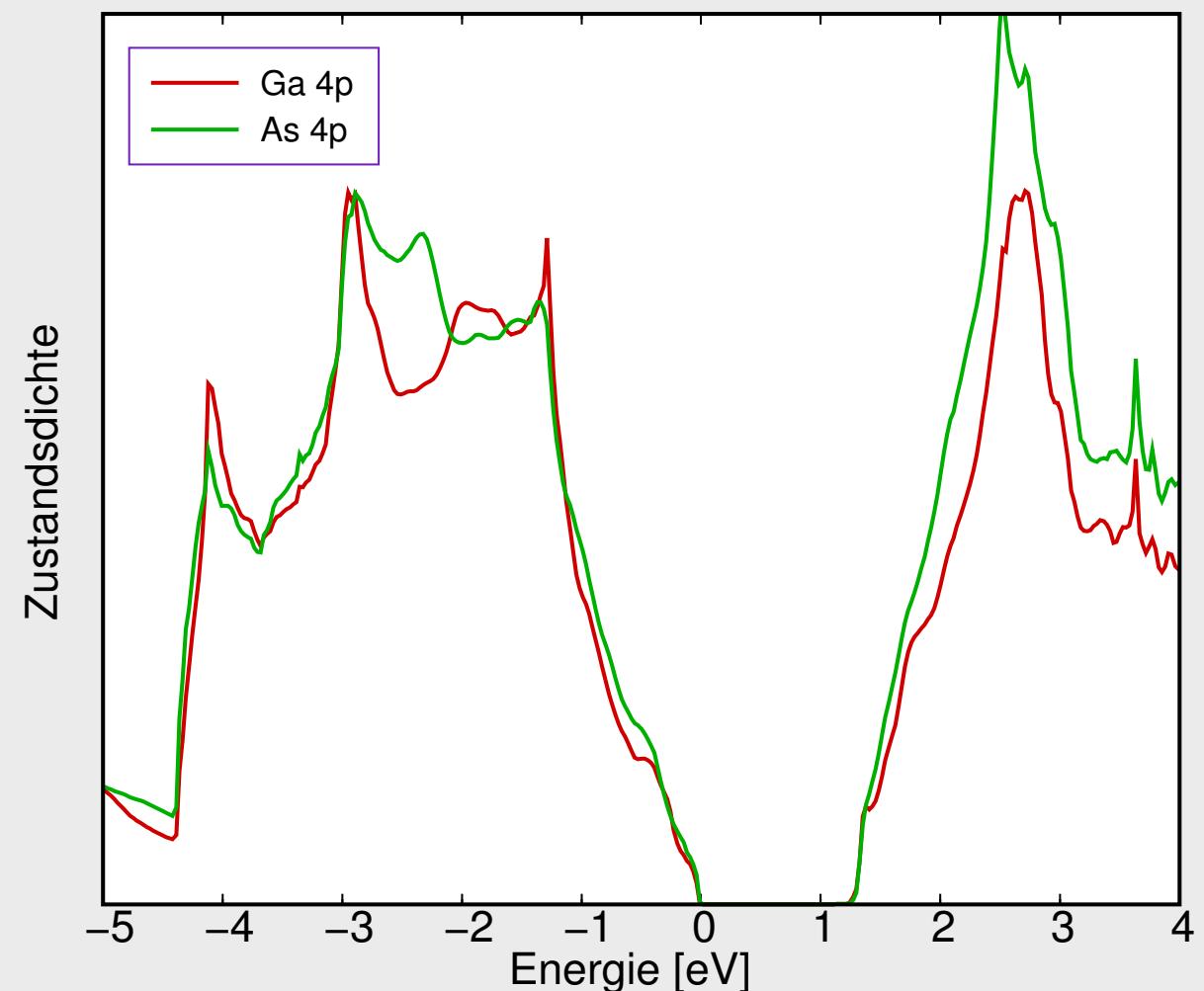
- File gaas.in1

```
WFFIL          (WFPRI, SUPWF)
 8.00          10    4 (R-MT*K-MAX; MAX L IN WF, V-NMT
 0.30          4      (GLOBAL E-PARAMETER WITH n OTHER CHOICES)
 0   0.30      0.000 CONT
 0   -3.16     0.005 STOP
 1   -1.75     0.010 CONT
 1   0.30      0.000 CONT
 0.30          3      (GLOBAL E-PARAMETER WITH n OTHER CHOICES)
 0   -1.55     0.010 CONT
 0   0.30      0.000 CONT
 1   0.30      0.000 CONT
K-VECTORS FROM UNIT:4      -7.0        1.5      emin/emax window
```

- Interaktiv
 - ◊ Zahl der k-Punkte (gesamt BZ): 25000
- Rechenzeit (1 Proz. Pentium mit 1 GHz)
 - ◊ ca. 120 min. (7 SCF-Zyklen)

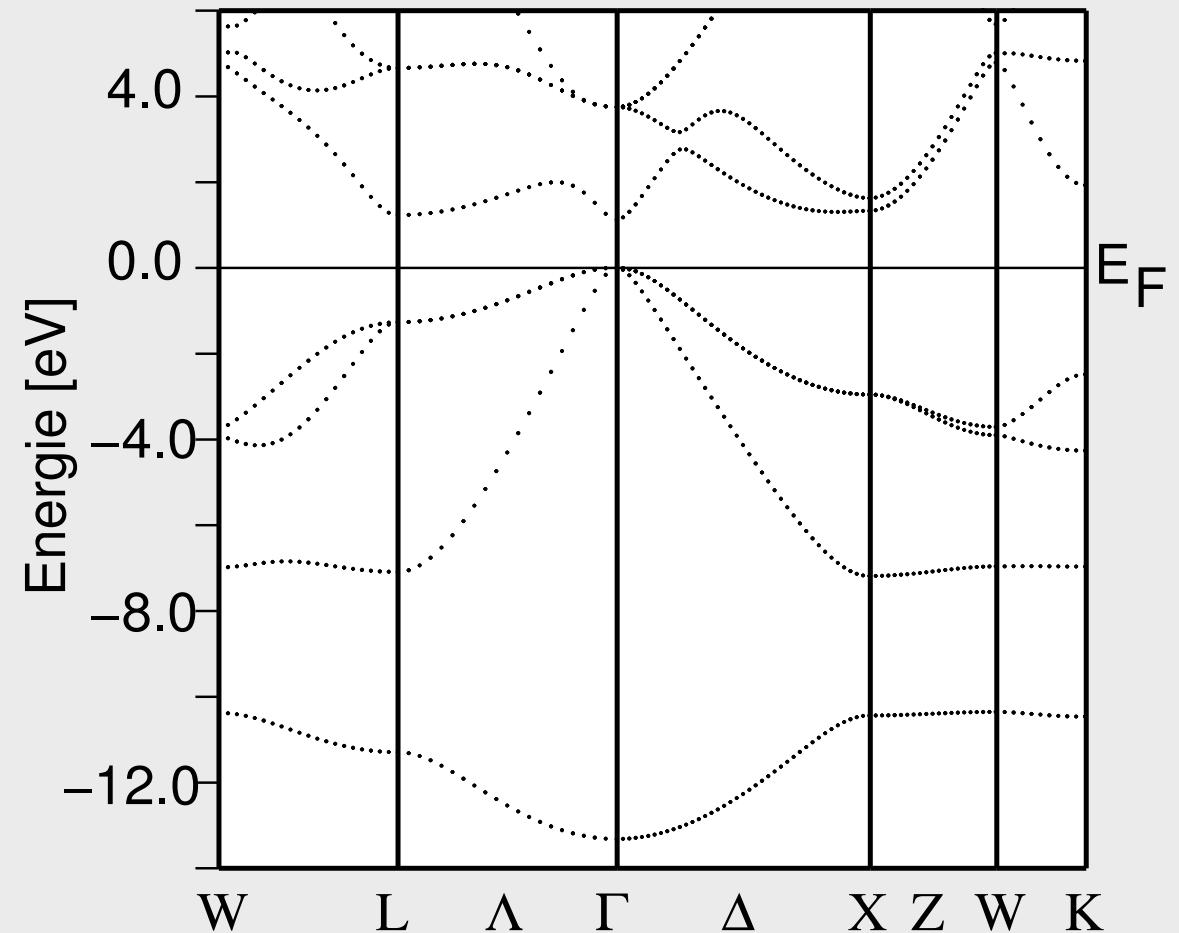
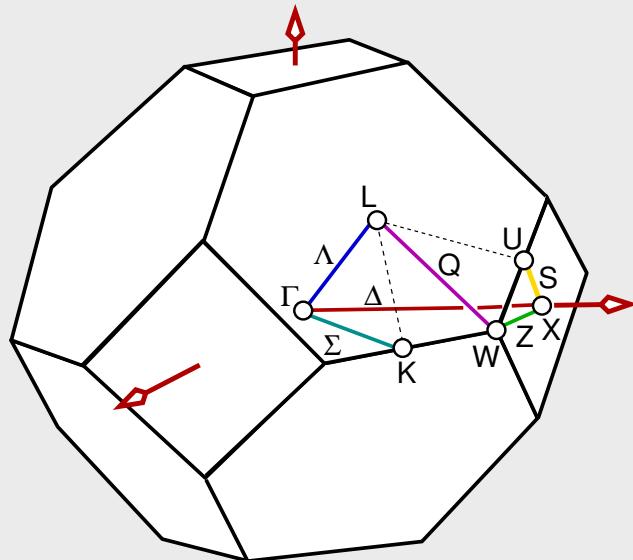
Beispiel GaAs: Zustandsdichten

- Bandlücke 1.3 eV
- VB mit mittlerer Dispersion
- Ga-4s bei ca. -15 eV
- As-4s bei ca. -12 eV
- Überlappung mit 4p von As/Ga
- kovalente Bindung

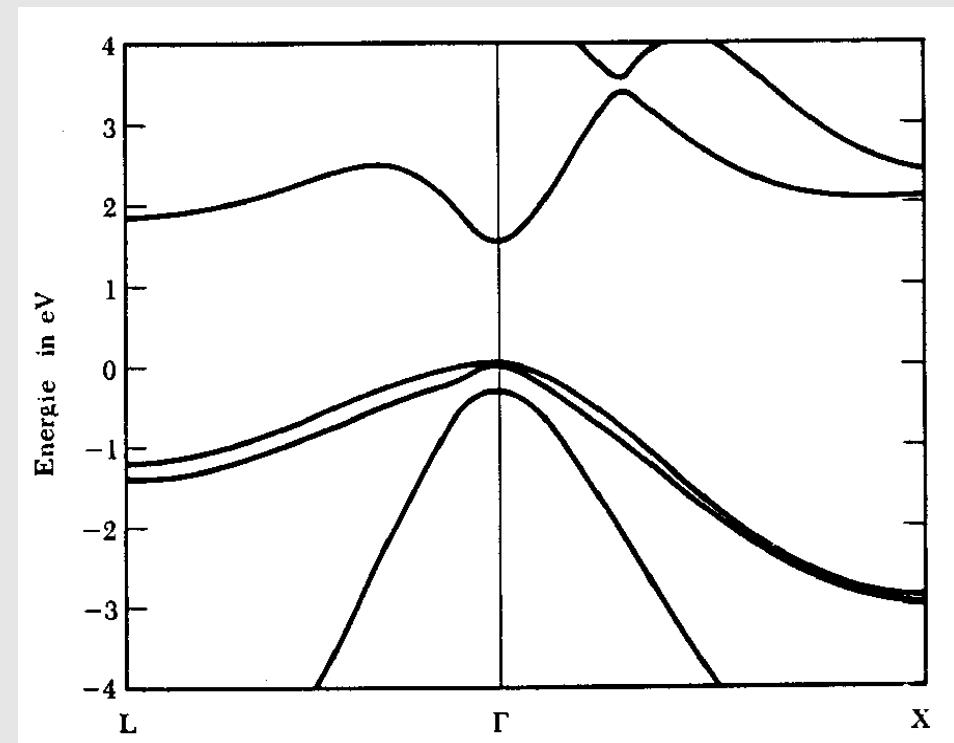
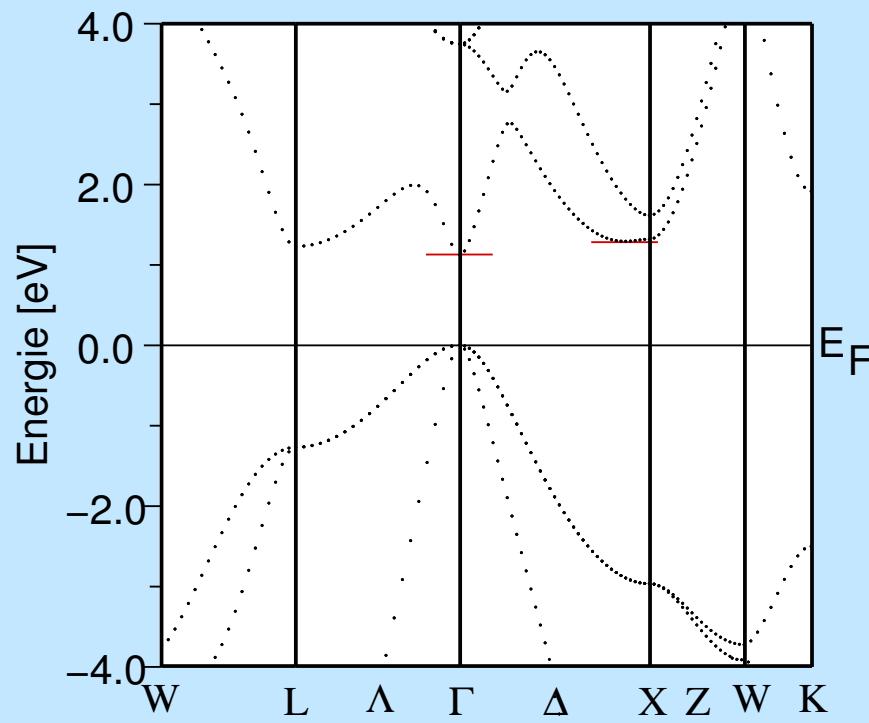


Beispiel GaAs: Bandstruktur (Gesamtansicht)

- mittlere Dispersionen
- direkte (!) BL bei Γ
- BL: 1.3 eV
- $BL_{exp.} = 1.43$ eV
- VB: Si+As-4p-Charakter
- VB: bei p-GaAs: schwere + leichte Löcher
- BZ und spezielle k-Punkte



Beispiel GaAs: Bandstruktur (Vergleich mit Literatur)



Zusammenfassung

- Basics elektronischer Strukturen kristalliner Festkörper
- WIEN2k
 - ◊ ermöglicht
 - ab-initio (parameterfrei)
 - auf relativ hohem Niveau (DFT, APW, FP)
 - mit relativ geringer Rechenpower (1 Proz., 2 GHz, 2G)
 - einigermassen schnell
 - relativ einfach (Frontend) und
 - für kleine bis mittelgroße Systeme
 - ◊ die Bestimmung (und die Darstellung) von
 - Bandstrukturen inkl. FAT-Band-Plots
 - Zustandsdichten, tDOS und pDOS
 - Elektronendichten
 - Bader-Analysen (AIM)
 - EFG, optischen Eigenschaften, ELNES, Röntgenspektren, usw.
- Beispiele für typische Festkörper mit unterschiedlicher chemischer Bindung
 - ◊ Ca
 - ◊ CaO
 - ◊ GaAs